Astr. P.
42

Astr. P. 42.

Mathesis. Astronomia. De eclipsibus solis & lunae 758.

Jq. 5573!

Des

Herrn Dionysius du Sejour

analytische Abhandlung

von den

Sonnenfinsternissen

aus dessen

Recherches sur la Gnomonique &c.

übersetzt,

mit Anmerkungen

und

Anwendung auf die große Sonnenfinsterniß 1793 den 5. September

durchgehends erläutert

von

Johann Ephraim Scheibel.

Breslau,

bey Ernst Gottlieb Meyer

1793.

Bayerische Staatsbibliothek München

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Der

Königlich-Preussischen

Academie der Wissenschaften

zu

Berlin

aus besonderster Verpflichtung

zu

tiefer Ehrfurcht,

zu Ehrerbietung und Hochachtung

gewidmet.

Vorbericht.

Nachdem Rösler im XVten Cap. seines Handbuchs der practischen Astronomie, die vornehmsten Projectionsarten von Sonnenfinsternissen, aus den neuesten und besten Schriften gesammlet hat: so scheinen noch einige davon besondere Erläuterungen aus der Theorie, überhaupt die vornehmsten Berechnungsarten ein ähnliches Unternehmen zu verdienen.

Es ist bekannt, daß Projectionen sie entweder als Sonnen- oder als Erdfinsternisse darstellen, und zwar diese entweder für die ganze Erdfläche, oder für einen gegebenen Parallelkreis. Von den ersten sind Lowitzes zwey Charten von der ringförmigen 1748 den 25. Jul. mit einer Erklärung in 4. und einer kleinen Kupf. Taf. ausnehmend schön. Beyde, nebst Tob. Mayers Charte von der Mondfinsterniß 1748 den

8. Aug. auch Doppelmayrs und des mir unbekannten Simon a Moolen Europam eclipsatam 1706 d. 12. Maii, Amsterd. bey Pet. Schock, mit einer Erklärung in 4. sammlet man als Supplemente zu Doppelmayrs Atlas coeleſtis, dergleichen, wenigſtens einiger, er bedarf, wenn der Homanniſche geographiſche ſie von Jahr zu Jahr in Menge erhält. Von einer faſt unbekannten Sammlung ſolcher Projectionen von Sonn- und Mondfinſterniſſen auf 1748-1753 in klein Queerfolio bey Pfeffeln in Augſpurg, beſitze ich acht Blätter, nebſt einem Fragment des Titelkupfers. Sie ſcheinen mir Mayers Arbeit in eigentlicher Bedeutung zu ſeyn, da ſie ſeinem mathematiſchen Atlas ſehr ähnlich ſind, und auf der 7ten die Beobachtung der Mondfinſterniß 1751 d. 2. Dec. zur Verbeſſerung von deſſen Theorie ſehr empfohlen wird, welche Mayers vornehmſtes Geſchäft war. Wie man für einen gegebnen Parallelkreis zeichnen müſſe, wird in vielen Büchern gelehrt.

Die Berechnungen ſind auch entweder allgemein für die Erdfläche, oder für einen gegebnen Ort, und zwar beyde entweder die ältere, welche man die ſynthetiſche nennen kann, oder die neuere analytiſche, nach algebraiſchen Formeln, die aber aus den Projectionen hergeleitet werden. Daß Projectionen, wenn man nur

nur einige Geduld hat, das gesuchte hinlänglich genau angeben können, hat Lambert, der darinnen große Geschicklichkeit und Fertigkeit besaß, gegen de la Caille bewiesen. Indessen wird man für eine bevorstehende wichtige Begebenheit, beydes rechnen und zeichnen, gern zusammen vornehmen, und eben so vor der Rechnung zeichnen, um sich dabey für Fehlern zu hüten, wie Hr. de la Lande selbst erinnert Art. 1869 II. Ausg. auch um einer allzugrossen Anstrengung der Einbildungskraft da überhoben zu seyn, wo man viel zu rechnen hat; als nach der Rechnung das gefundne in einem Netze oder einer Landcharte auftragen.

Von synthetischen allgemeinen Rechnungen ist, so viel ich weiß, nur folgendes einziges Exempel gedruckt vorhanden: In Eclipsin Terrae 1733 ☿ d. $\frac{2}{13}$ Mai T. C. P. M. commentatur M. George Mathias Bose. Lips. 1733 d. 17. April in 4. oder mit einem andern Titelblatt als eine Disputation, bey welcher Ge. Wilh. Porzinger, nachmals Prof. zu Erlangen, Respondens gewesen. Zur eigentlichen Disputation haben nur 6 Theses auf der 139sten Seite gehört; die Schrift selbst auf 138 Seiten, ohne Zuschrift und Vorrede ist als ein Muster eines öffentlichen Beweises von eigner mathematischer Gelehrsamkeit und eignem Fleiß, nach ehmaliger academischer

Sitte, zur Nachahmung zu empfehlen. Die besondere parallactische Rechnung für Leipzig fängt sich erst S. 118 an; die allgemeine ist allerdings an sich etwas weitläufig, allein auch ansehnlich gedruckt; nnd wenn man nur einmal bey ähnlicher Unternehmung Land gewonnen hat: so ist das meiste ein mechanischer Zeitvertreib. Ich weiß zwar, daß Hr. de la Lande Art. 1812 dergleichen trigonometrische Rechnungen den Astronomen nicht anrathe, sondern, daß sie die Zeit auf Berechnung schon gemachter Beobachtungen besser verwenden könnten, als um bevorstehende Begebenheiten mit allzusorgfältiger Schärfe anzukündigen Er bringt aber doch selbst Art. 1969 ein Exempel einer solchen allzusorgfältigen allgemeinen Berechnnng bey, wit welcher sich andere beschäftigt haben. Mir deucht, daß, wenn man es in der Astronomie endlich so weit bringen will, daß man zur Aufnahme der Schiffahrt die Weiten des Monds von den Fixsternen bis auf einzelne Secunden zuverläßig ankündigen könne, jede andere Begebenheit am Himmel mit ihren Umständen, zur Aufnahme der Geographie überhaupt, von dieser Absicht nicht auszuschliessen sey.

Bose hatte eine Finsterniß berechnet, die zu Leipzig X Zoll 34 Min. betrug, anderwärts total war. Von großen zu Breslau sichtbaren, habe ich die ring-

förmige 1748, obgleich bey gewölktem Himmel, doch blickweise durch ein beräuchertes Glas gesehen; von der großen partialen 1764 bey heiterstem Himmel, wenigstens Anfang und Ende, mit möglichster Sorgfalt beobachtet, und dadurch die geographische Länge von Breslau so weit berichtigt, als es Lambert verlangte. Alle nachherige Finsternisse sind kleiner gewesen; eine einzige noch in diesem Jahrhundert bevorstehende große Sonnenfinsterniß wird den 5ten Sept. d. J. hier in den Mittagsstunden sich ereignen, zugleich noch größer, als die vor 29 Jahren, anderwärts aber ringförmig seyn.

Wenn auf kleinere Finsternisse, außer den Astronomen, nur wenige aufmerksam sind, und andere bey halbverfinsterter Sonne, ohne dieses zu wissen, die ihnen doch merkliche Abnahme des Lichts und kühlere Luft, bloß von einer gewöhnlichen Aenderung im Dunstkreise herleiten: so werden es auf die bevorstehende gewiß desto mehrere seyn; zum wenigsten, wenn es an hiesigem Ort um $\frac{3}{4}$ auf 1 U. wird eben so dunkel und kühle werden, wie bey der Dämmerung, vielleicht unter günstigen Umständen ein oder der andere Stern mit bloßen Augen zu sehen seyn, indem Jupiter um die Zeit der größten Verdunkelung aufgehen wird, Venus in einer Elongation von etwas über 40°

gegen W. von den hellsten Fixsternen der ersten Größe die Leyer gegen NO, Capella gegen NW. fast einander gegen über, diese schon an sich, sonderlich Arcturus gegen SO. während der Finsterniß, über dem Horizont stehen werden.

Daß die gewisse Erwartung einer solchen Begebenheit, auch wegen ihrer Seltenheit in hiesigen Gegenden, zum Theil deswegen, weil der 5te Sept. mir in jedem Lebensjahre der wichtigste ist, mich schon vor geraumer Zeit angetrieben habe, zu dessen astronomischer Feyer vorläufig etwas beyzutragen: deswegen mag mich jedermann einer persönlichen Eitelkeit beschuldigen. Astronomen aber überhaupt einer Eitelkeit heut zu Tage beschuldigen: wie soll man solche Machtsprüche nennen? Ich behielt mir, wie itzt, vor, zwar nicht auf einer wohleingerichteten Sternwarte, denn dieses Glück war hier dem Hrn. Prof. Jungnitz, bey der Leopoldinischen Universität, auf dem academischen Gebäude, beschieden; auch nicht einmal in einer solchen von mir vergeblich gesuchten beständigen Herberge, wie ich sie im Vorbericht zur Uebers. von Hrn. Darquier Briefen über die practische Astronomie 1791. 8. beschrieben habe, sondern irgendwo zu einer dennoch astronomischen Beobachtung sorgfältig vorzubereiten. Ich hatte daher schon damals den

Neu

Neumond nebst den übrigen Elementen berechnet, die Projection für Breslau gezeichnet, und zuerst, nach Boses Exempel, die synthetische Rechnung für alle Phasen angenommen, nachher, nachdem ich den vornehmsten Abschnitt geendigt hatte, gegenwärtige analytische, um immer beyde vergleichen zu können.

Eine analytische genaue Berechnung der Sonnenfinsternisse hat im Deutschen zuerst der Hr. Obrist von Tempelhof, Berl. 1772. 8. herausgegeben, und diese Materie nachher noch einmal in den Schriften der Königl. Preuß. Academie der Wissenschaften abgehandelt. Des Hrn. du Sejour analytische Abhandlungen kannte ich nur aus Recensionen der Pariser Academie der Wiss. weil sie selbst nicht in jeder Hauptstadt vollständig zu haben sind, und aus Hrn. de la Lande Astron. Art. 1923-1929. Er verdient daher den größten Dank, daß er sie alle in einem besondern ganzen, freylich theuren, aber vortreflichen Werk: Traité analytique des mouvemens apparens des Corps céleftes, 1786. 2 Quartbände, allgemeiner bekannt gemacht hat. Mir schien zur Vorbereitung im studiren der ersten Abschnitte dieses großen Werks von Sonnenfinsternissen, eine ältere kurze Abhandlung hinreichend und überhaupt sehr nützlich zu seyn, die er ohne seinen Nahmen, nebst andern

in

in einer kleinen Sammlnng herausgegeben: Recherches sur la Gnomonique, les Rétrogradations des Planetes, & les Eclipses de Soleil. 1761. 8. S. 53-86. Hr. de la Lande zeigt sie ebenfalls an Art. 1923. Mit jenen Abschnitten selbst wäre noch des Hrn. von Tempelhof Schrift zu vergleichen, und überhaupt zu untersuchen, ob nicht manches in solchen Rechnungen sich abkürzen ließe.

Da, meines Wissens, im Deutschen keine Anweisung zu allgemeiner und zwar analytischer Berechnung der Sonnenfinsternisse, als Erdfinsternisse, vorhanden ist: so habe ich aus dieser, und voriger angezeigten Ursache, die Uebersetzung der kurzen Abhandlung des Hrn. du Sejour unternommen, und alles, besonders alle Aufgaben durch Anwendung auf die bevorstehende große Finsterniß so erläutert, daß ich dabey auf meine eigene Bedürfnisse und anderer Liebhaber der Astronomie Rücksicht genommen. Geübten Astronomen kann des Verf. Traité analytique nur erheblich seyn. Meine vorläufige Abhandlung soll zur Prüfung der Berechnung der Elemente dieser Finsterniß, und Vergleichung mit der Beobachtung selbst dienen. Vielleicht ist es nicht ganz überflüßig, daß ich den Gebrach des verjüngten Maaßstabes bey der gewöhnlichen Projection gewiesen habe. In der Ue-

ber-

bersetzung des Texts wünschte ich keinen merklichen Fehler begangen zu haben, weil das Original nicht gemein ist: meine Anmerkungen und Zusätze würde ich itzt abkürzen, wo ich zu weitschweifig gewesen bin. Von logarithmischen Tafeln habe ich mich der Ausgabe des Hrn. Vega bedient. Wenn ich aber meine diesesmal zahlreichern und umständlichern Anmerkungen und Zusätze mit Kästnerischen, und mein ganzes Unternehmen für diese Finsterniß mit Hrn. D. Reccards Lehrschrift über die von 1764 vergleiche; so habe ich weit mehr Ursache aus dem Schluß meines Vorberichts zur Uebers. von Darquiers Briefen zu wiederholen: hunc libellum timidus in lucem protrudo.

Es ist auch das letzte lateinische Wort in seiner eigentlichen Bedeutung zu nehmen, weil ich diese sehr unterbrochene Arbeit nicht einmal zu der Zeit vollenden können, in welcher sie hätte angekündiget werden sollen. Es hat daher der Hr. Verleger viel gewagt, daß er, ohne Anzeige im Meßverzeichnisse, den Verlag davon übernommen, und wenigstens dafür gesorgt hat, daß sie noch durch einige Wochen vor der Begebenheit selbst geprüft werden kann. Daß über sie keine einzige Schrift darinnen angekündiget worden, beweiset die Revolution im Geschmack an solchem Pri-

vat-

vatstudiren, welche seit 29 Jahren in der That auffallend ist. Aber an Visiten wird es den 5. Sept. bey heiterm Himmel nicht fehlen; daher jede Sternwarte aus einem Audienzsaal und geheimen Cabinet bestehen muß, jenem nicht viel kleinerem, als zu ei- Schattenspiel an der Wand.

Sollte mein Unternehmen den Erfolg haben, daß es von der Königl. Academie der Wissenschaften zu Berlin und andern Sachverständigen für erträglich erklärt würde, mithin, weil diese Novität kein Roman, kein Almanach, keine Kinderschrift, keine unterhaltende Leih- und Leseschrift für jedermann ist, der Herr Verleger, wenn auch keinen Vortheil, dennoch keinen Schaden davon haben: so würde ich die noch übrige synthetische Berechnung für die ringförmige Finsterniß vollenden, sie nochmals ganz prüfen, mit gegenwärtiger vergleichen, und als eine Schrift von wenigen Bogen den Lesern dieser vorlegen; gesetzt auch, daß sie eine Begebenheit betreffen müßte, die schon vorüber seyn wird. Haben doch Hr. de la Lande in der IIten Ausg. 1771, und selbst Hr. du Sejur im Traité analyt. 1786 alles durch die Umstände bey der Finsterniß 1764 erläutert. Endlich habe ich aus Neugier einen ähnlichen Anfang mit Uebersetzung etlicher Bogen des Traité anal. gemacht; es

steht

steht aber dahin, ob ich diese Arbeit werde vollenden können. Ich muß anfangen, dergleichen Projecte zu mathematischen Zeitvertreiben niederzuschlagen, um der Aufforderung zur Fortsetzung meiner astronomischen Bibliographie mehr Genüge zu leisten. Breslau, den 20. Jul. 1793.

Erste Nachschrift.

Nachdem ich anfänglich nach (23) die IV. Tafel bloß für die centrale ringförmige Finsterniß berechnet hatte; so hielt ich es nachher bey Berechnung der Exempel (42) für besser, die übrigen Phasen für Europa nachzuholen. Endlich, nachdem schon alles, bis auf die Tafeln, zum Druck war befördert worden, schien es mir doch der Mühe werth zu seyn, das übrige mitzunehmen, und noch besonders zu zeigen, was man wegen einem leichten Entwurf der ganzen Erdfinsterniß vornehmen könne.

1) Ich würde auf der Neuen Weltcharte aus der Homannischen Officin von 1784, den Unterricht unter beyden Halbkugeln gern missen, wenn man dafür beyden Polarhalbkugeln ans Lowitzes Planiglobio terrestri von 1746, den alten Platz gegönnt hätte. Ist diese ältere Charte noch vorräthig: so zeichne man ein ähnliches Netze für eine Polarhalbkugel. Wo nicht: so copire man aus Doppelmayrs Atl. coel. Tab. XIII. Theoria Eclipſ. Fig. 1.

2) Hat man keine von diesen beyden Charten bey der Hand: so ist bekannt, daß in der stereographi-

schen Projection einer Polarhalbkugel die Tangenten der halben Aequatorshöhen die Halbmesser der Parallelkreise sind. Diese Tangenten reducire man auf Theile des angenommenen Halbmessers; oder weil man doch immer einige verjüngte Maaßstäbe bey der Hand hat, auch selbst sich dergleichen leicht zeichnen kann: so nehme man den Halbmesser zu 1000 Theilen an, und excerpiere aus den gewöhnlichen Sinus- und Tangententafeln, die Tangenten von 5, 10° rc. bis 40°, mit Weglassung der letzten 4 Ziffern. So ist z. E. zum Halbmesser = 1000, für den Halbmesser zu 50° Breite, tang. ½. 40° = tang. 20° = 364.

3) Nachdem man die Parallelkreise nur von 10 zu 10° beschrieben, den Aequator in 24 Theile eingetheilt, und die Stundenkreise gezogen hat; so nehme man einen Halbmesser des Netzes zum Mittagskreise des Orts an, für welchen gerechnet worden, hier von Breslau; setze die Länge grade auf 35°, und schreibe zu den übrigen Theilungspuncten 50, 65, 80 rc. und die Stunden XII, I, II, III rc. gegen Morgen u. s. w. herum.

4) Da in der IV. Tafel, und durchgehends, bloß um der Gleichförmigkeit willen, Secunden mitgenommen worden: so hat man hier zu den ganzen Graden

der Längen, auch nur ganze, höchstens halbe Grade der Breite nöthig. Man trage also zuerst für die Phase 0 zu den Längen 305, 320 bis 110 die Breiten 27, 28 bis 2½ nach der Ordnung ein; die südlichen Breiten 1½, 5 aber, indem man die Stundenkreise III, IV verlängert, und hier, ohne merklichen Fehler, die ersten 10 Grade Süderbreite den ersten 10 Graden Norderbreite gleich, oder die tang. 50° zum Halbmesser der stereographischen Projection des noch beyzufügenden Parallelkreises nimmt: so ergiebt sich eine krumme Linie für den Weg des Schattens des Berührungpuncts beyder Ränder.

5) Fährt man im Eintragen bis zum VIII Zoll der abnehmenden Finsterniß fort: so erhält man 19 beynahe concentrische krumme Linien, als die Wege des Schattens der Gränzen der Phasen, deren Mittelpunct etwa 10° vom Nordpol des Aequators gegen Morgen absteht; und man sieht sogleich, daß die Bahn der Gränze von VII Zollen außer diesem Pol zu liegen komme.

6) Hierauf trage man die Längen und Breiten aus den beyden ersten und beyden letzten Spalten der Tafel ein, welche nach (42) gefunden worden, und ziehe

he den Rest der 19 krummen Linien zu beyden Seiten bis an diese Puncte: so erhält man, wenn sie zusammengezogen werden, zwey Bogen einer krummen Linie, wo man sogleich sieht, daß sie in einem Punct zusammen treffen müssen, welcher gedachter Mittelpunct seyn wird.

7) Zur Erläuterung des Eintragens für die Bahn von VII Zollen, dient die kleine besondre Tafel zwischen der III. und IVten. Bey Berechnung der IVten kommt man auf etliche Breiten, die größer, als 90°, und doch möglich sind. Z. E. wie (24) zur Stunde VI Morg. oder die XVIIIte. Für VII Zolle südlich, ist a = 1,00894. Mithin

H =	270° 0′ 0″
A =	20 41 2
H — A =	249 18 58
log. sin. (H — A) =	9,9710639
l. const. I	9,5135945
log. tang. B =	9,4846584
B =	16° 58′ 29″
log. cos. B =	9,9806548
log. a =	10,0038653
	19,9845201
log. cos. decl. ☉ =	9,9971348
	9,9873853
L — B =	76° 15′ 25″
+ B =	16 58 29
Latit. =	93 13 54

 Das

Das heißt nun so viel. Zum Stundenwinkel H + 180° gehört eine Breite 180° — L. Im Exempel zur VI. St. Ab. folglich Länge 125° gehört eine nördliche Breite von 86° 46′ 6″, als der gefundenen Ergänzung.

8) Trägt man also für die zu VII Zollen gehörigen Längen in der 3ten Spalte dieser kleinen Tafel und die Breiten aus der 5ten ein: so erhält man die 20ste krumme Linie für diese Phase; und wenn man endlich den nach (34) gefundenen Punct der nördlichen Gränze bemerkt: so ergiebt sich die ganze krumme Linie, welche gegen Abend das Mittel bey Sonnen Aufgang, gegen Morgen das Mittel bey Sonnen Untergang anzeigt.

9) Die Breite dieser Gränze ist 71° 55′ 26″, die Länge 145° 26′ 2″. Es ist klar, daß sie mit einer Breite von 108° 4′ 34″ zur Länge 325° 26′ 2″ einerley sey. Auch ist unter dieser Breite die Ascensionaldifferenz 20° 21′ 2″ = A, folglich der halbe Tagebogen 110° 21′ 2″ (29.)

10) Will man daher, nach Doppelmayrs Exempel Europam eclipsatam d. 5. Sept. 1793 sich verfertigen: so darf man nur, wie ich mit gutem Erfolg

folg auf der Homannischen und auf einer aus dem Berliner Atlas gethan habe, die in der IVten Tafel zu solcher Absicht besonders eingeschloßne Breiten zu den darüberstehenden Längen auf eine solche Charte eintragen; und man wird sich von dieser merkwürdigen Finsterniß sehr leicht einen hinlänglich deutlichen Entwurf machen können.

Zweyte Nachschrift.

Da der Druck dieser Schrift in einer Officin veranstaltet worden, die im astronomischen vorzüglich geübt ist: so ist er im ganzen genommen, so ausgefallen, daß ich wegen der Correctur demjenigen Gönner und Freund, der sie übernemen wollen, verbindlichst danke. Indessen muß ich von einigen menschlichen Versehen, die sich hier und da sehr leicht, auch wohl aus eignem Versehn, haben einschleichen können, die erheblichsten anzeigen.

Seite 2. §. 2. Zeile 3. anstatt die, lese man d. i. (das ist). Auch S. 25. Anmerk. 1. Z. 1. S. 35. Z. 5.

S. 5. Long. ☉. l. Ang. Pos. Or. Ferner Aeq. T. P. II. 5 15,4. und Aeq. Temp. 1 42, 0. Auch Long. ☽ Aequ. III. 0 1, 7. Aequ. X. 0 6, 1.

S. 6. Aequ. I. Parall. ☽ + 0, 1. Aequ. II. Long. ☽ 50,0. Vor Arg. IV. l. ± An ☽ med. Auch P. I Mot. hor. ☽ in Lat. neben Arg. I. 2 57, 2.

S. 7. §. 7. Z. 6. $1^h\ 4'\ 3''$. Zeile 11. 1776.

S. 11. II. Anordnung — des Breslauer.

S. 18. Z. 10 und Anm. 2. Z. 5. Krill.

S. 22. Anm. 3. Z. 3 von unten l. Solstitialtagen.

S. 23. Z. 13. und des Monds zur Breite des Monds. (Auslassungen von solcher Art sind begreiflicher, als Einschaltungen.)

S. 24. Anm. 7. tang. θ, auch v anstatt v. Vorletzte Z. hier vorzuziehen.

S. 26. Anmerk. 3. Z. 1. kleinern.

S. 27. Anm. Z. 1. IdC. Z. 2. ICd.

S. 31. Anm. 1. Z. 1. l. (5.) Anm. 3. Z. 8. $2513'',1 = 41'\ 53'',1$.

S. 33. Z. 13. $\frac{fr.}{\phi} = TP$.

S. 34. V. Z. 4. rT = TR. Z. 11. GN = 0,797. 20.

S. 35. Z. 6. $\frac{cp}{r}$ Anm. 1. Z. 1. Fig. 9.

S. 36. Anm. 4. Z. 2. CB, Ec. Anm. 5. Z. 2. die Abscissen x; auch letzte Zeile.

S. 37. Anm. 2. Z. 1. $\frac{c}{r^2}$ × Anm. 3. letzte Zeile: den log.

S. 39. Anm. 1. Z. 5. — δr. Anm. 3. Z. 4. XB =

S. 40. §. 11. Anm. 1. U anst. V. §. 12. Anm. 1. Z. 1. Aus (9.) Z. 10. zweymal: × anst. x.

S. 42. Anm. 2. Z. 6. zur linken: $\frac{rt\,(qs - ar)}{c\,(p^2 + t^2)}$, und zur rechten im Zähler — $\overline{qs - ar^2}$ Z. 11. $5^2 - 25\times$, im Nenner $q^2 r^2 - (gh - hp)^2$.

S. 43.

S. 43. Anm. 3. Z. 1. zum Sinus totus 1°. §. 15. Anm. vorletzte Zeile: = ; letzte: $\frac{gm - hn}{r}$

S. 45. Anm. 2. Z. 3: 30″.

S. 46. Anm. 3. Z. Z. 13. log. p = 9,0587644. Z. 22: 0,06405.

S. 47. §. 21. Z. 7. $\frac{lr}{k}$.

S. 49. §. 22. Anm. 2. Z. 1: + anstatt =.

S. 50. Z. 3: zum Sinus totus = 1.

S. 53. Z. 1. $- \frac{cl + ks}{r} = \frac{qs - cp}{r}$.

S. 54. Z. 3. vom Ende: 285°, auch S. 55. Anm. 4. Z. 10.

S. 60. §. 32. Z. 3. anst. und l. oder. Auch S. 62. §. 33. letzte Zeile.

S. 63. Z. 2. wird zwar von. In der 5ten Zeile nach: liegt, kann man noch hinzusetzen: Weil aber der Iste Stundenkreis, vermöge (31. Anmerk. *) die gegebne Parallellinie nur in einem einzigen Punct berührt: so ist unter einer nördlichen Breite von 79° 55′ 3″ die Phase von VII Z. südlich in der gefundnen Zeit die größte.

Ferner, §. 35. Anm. *) l. hängt von (10. Auflösung Anm. 2) durch —

S. 67. Zeile 3 der 4. Anm. rs — aq = ±.

S. 68. §. 41. Z. 10. größte oder kleinste. Z. 14. welchem. Z. 2 der 3. Anm. wie (32. 36.)

S. 69.

S. 69. Z. 14 und Z. 18 S. 70 die Werthe.

S. 71. §. 43. Z. 2 $\pm$ qt V . . . .

S. 79. Z. 13. der Längen 30′ 45″.

S. 83. Z. 1 der 5. Anm. $\pm$ (δ — a)

S. 94. Phasen. Centrale ringf. Finst. S. 96. Phasen. Z. 5. VII. 55, 2. letzte Z. VII. 43, 3.

Einer Prüfung des Abdrucks der letzten Seite und Vorrede konnte ich überhoben seyn, um nicht alles noch länger aufzuhalten.

Vorläufige

Vorläufige

Einleitung.

I.

Berechnung des ecliptischen Neumonds 1793 den 5. Sept.

und

der übrigen Elemente.

1.

Zuerst sind die mittleren Neumonde auf das Jahr 1793 für den Berliner Mittagskreis in mittlerer astronomischer Zeit zu bestimmen. Man nimmt aus Lamberts Tafeln für die Zeit der Neu- und Vollmonde im II. Bande der Berliner Sammlung astronomischer Tafeln S. 98-104, mit welchen dessen Beyträge zum Gebrauch der Mathematik II. Theil, von den Mondstafeln S. 694-702 zu vergleichen sind, die Epochen, nebst den übrigen hier erforderlichen Argumenten auf den Anfang des Jahres: so ergeben sich, sowohl der erste Neumond, als auch durch fortgesetzte Addition der Länge eines synodischen Monaths und der ihm zusprechenden Argumente, die übrigen Neumonde und Argumente durch das ganze Jahr.

	Tempus.				Argum. Latit. = *a*				Anom. ☽ med = M				An. ⊙ med. = a			
	d	h	′	″	s	°	′	″	s	°	′	″	s	°	′	″
1780.	6	9	40	9	7	16	16	40	11	3	41	18	6	6	52	13
13	5	10	11	36	8	17	57	29	6	16	30	15	0	5	56	53
1793. Jan. d.	11	19	51	45	4	4	14	9	5	20	11	33	6	12	49	6
1 Rev. Syn. +	29	12	44	3	1	0	40	14	0	25	49	0	0	29	6	19
d. 10. Febr.	41	8	35	48	5	4	54	23	6	16	0	33	7	11	55	25
11. Mart.	70	21	19	51	6	5	34	37	7	11	49	33	8	11	1	44
10. Apr.	100	10	3	54	7	6	14	51	8	7	38	33	9	10	8	3
9. Mai.	129	22	47	57	8	6	55	5	9	3	27	33	10	9	14	22
8. Jun.	159	11	32	0	9	7	35	19	9	29	16	33	11	8	20	41
7. Jul.	189	0	16	3	10	8	15	33	10	25	5	33	0	7	27	0
6. Aug.	218	13	0	6	11	8	55	47	11	20	54	33	1	6	33	19
5. Sept.	248	1	44	9	0	9	36	1	0	16	43	33	2	5	39	38
4. Oct.	277	14	28	12	1	10	16	15	1	12	32	33	3	4	45	57
3. Nov.	307	3	12	15	2	10	56	19	2	8	21	33	4	3	52	16
2. Dec.	336	15	56	18	3	11	36	33	3	4	10	33	5	2	58	25

2.

Folglich werden im Jahr 1793 zwey Sonnenfinsternisse sich ereignen, den 11ten März und den 5ten Septemb. Denn den 11ten März ist das Argument der Breite, die der mittlere Abstand des aufsteigenden Knoten des Monds von dessen Ort in seiner Bahn kleiner, als 15°, oder der Mond ist nach seiner mittleren Bewegung noch nicht 6° nach dem absteigenden Knoten: daher eine Finsterniß seyn wird. Und weil in den letzten 6 Zeichen des Arguments die Breite südlich ist: so wird sie in den Südländern gesehen werden. Den 5ten September ist das Argument der Breite auch kleiner, als 15°, oder der Mond ist noch nicht 10° nach seiner mittleren Bewegung nach dem aufsteigenden Knoten, und die Breite ist nördlich. Mithin haben wir in unsern Nordländern eine Finsterniß zu erwarten.

3.

Zum Argument der Breite 0ˢ 9° den 5ten September gehört nach der XXVII. Mondtafel eine beyläufige Breite von 50′. Da nun diese kleiner als der kleinste scheinbare Halb-

Halbmesser der Erde von 54′ ist: so wird die Finsterniß central seyn. Und da die mittlere Anomalie des Monds kleiner, als 3 Zeichen ist: so wird sie ringförmig seyn; weil in diesen Graden der Anomalie die Weite des Monds von der Erde größer ist, als seine mittlere. Eben dieses geschieht, wenn die mittlere Anomalie des Monds größer ist, als 9 Zeichen. S. *le Monnier* Instit. astron. p. 206.

4.

Zu der (1) gefundnen mittlern Zeit des mittlern ecliptischen Neumonds in der Bahn 1^h 44′ 9″ wird die mittlere Zeit des wahren ecliptischen Neumonds in der Bahn erhalten, indem man nach eben diesen Tafeln die besondern Argumente formirt, die zugehörigen Gleichungen nach S. 104 sucht, und deren algebraische Summe zur ersten gefundenen Zeit addirt oder von ihr abzieht.

d. 5. Sept.	s	°	′	″	+ h	′	″	— h	′	″
M	0	16	43	33	3	1	39			
a	2	5	39	38				3	45	33
a + M	2	22	23						6	56
a — M	1	18	56						7	56
2M	1	3	27							
a + 2M	3	9	6							52
a — 2M	1	2	12							17
α	0	9	36							
2α	0	19	12							
2α — M	0	2	29							5
XII — 2α	11	10	48				30			
							—	4	1	39
							+	3	2	9
Correctio Temporis —								0	59	30
Temp. med. ☌ med. in Orb.								1	44	9
Temp. med. ☌ ver. in Orb.								0	44	39

5.

Zu dieser gefundnen mittlern Zeit des wahren ecliptischen Neumonds in der Bahn $0^h 44' 39''$ suche man die wahren Oerter des Mondes in der Ecliptik und der Sonne, nebst beyden stündlichen Bewegungen nach den Mayerschen Sonn- und Mondtafeln im I. II. B. der Berliner Sammlung, und verbessere, nach Beschaffenheit des sich ergebenden Unterschiedes ihrer Längen, sowohl die Zeit, als auch die Längen selbst. Man erhält also:

Long. ☾ ver. in Ecl.	$5^s 13^o 15' 48'',8$	Mot. hor. ☾ in Ecl.	$29' 36'',7$
Long. ☉ ver.	5 13 17 13 ,5	Mot. hor. ☉	2 25 ,6
Distant. ☽ a ☉	1 24 ,7	Mot. hor. ☽ a ☉	27 11 ,1

Correctio Temporis.

$27' 11'',1 : 1' 24'',7 = 1^H : + 3' 7''$

$0^H 44 39$

Temp. med. ☌ ver. correct. 0 47 46

Correctio Longit. ☉	*Correctio Longit.* ☾
$1^H : 2' 25'',6 = 3' 7'' : + 7'',5$	$1^H : 29' 36'',7 = 3' 7'' + 1' 32'',2$
Long. ☉ $5^s 13^o 17'' 13'',5$	Long. ☾ $5^s 13^o 15$ 48 ,8
Long. ☉ ver. corr. 5 13 17 21	Long. ☾ ver. corr. 5 13 17 21

6.

Daß diese verbesserte mittlere Zeit 1793 den 5. Sept. $0^U 47' 46''$ die wahre mittlere Zeit des wahren Neumonds und die verbesserte Länge der Sonne und des Mondes $5^z 13^o 17' 21''$ die wahre sey, beweiset ihre nachstehende Berechnung und der übrigen Elemente; welche deßwegen umständlich beygesetzt wird, damit sie mit den Tafeln verglichen und geprüft werden könne.

Lon-

Longitudo ☉ vera ad Merid. Berol. 1793 d. 5. Sept. 0ᴴ 47′ 46″ T. med.							
	Longitud. ☉		Apogaeum ☉	I ☾	II ♃	III ♀	IV ☊
	s ° ′ ″		s ° ′ ″				
1793.	9.10.33.29,1		3. 9.24.52	600	142	748	532
d. 5. Sept.	8. 4.26.26,0		45	398	622	425	36
47′	1.55,8	Apog. ☉	3. 9.25.37	998	764	173	568
46″	1,9	L. ☉ m.	5.15. 1.52,8	″	— ″	+ ″	— ″
L. ☉ m.	5.15. 1.52,8	An. ☉ m.	2. 5.36.15,8	— 0,1	6,9	0,1	7,7
Aeq. C.	— 1.44.17,2	Horar. ☉	2.25,6	6,9	Aeq. T.A.I.		A ☉ m
L. ☉ aeq.	5.13.17.35,6	Semid. ☉	15.56,0	7,7	Arg. II.		L ☉ v.
Corr. IV A	— 14,6	Obl. Ecl.	23.27.49,9				′ ″
L. ☉ ver.	5.13.17.21	Decl. ☉	B. 6.34.27,3	—14,7			
		A.Ecl.c M	Occ. 67.24.47	+ 0,1	Pars I. +		6. 57,0
		Ang. Pos.	22.35.13	—14,6	II. —		5. 15,0
					Aeq. I.II.III +		0,4
					Aeq. Temp +		1. 42,4

Longitudo ☾ vera ad Merid. Berol. 1793 d. 5. Sept. 0ᴴ 47′ 46″ T. med.					
	Longitudo ☾		Apogaeum ☾		Longit. ☊
	s ° ′ ″		s ° ′ ″		s ° ′ ″
Aeqv. sec.	8				
1793.	4.16.22.13		4. 0.42.21		5. 18.36.25
d. 5. Sept.	0.27.44.47		0.27.37.45		13. 7.58
47′	25.48		13		6
46″	25,2		0,2		0,1
L. ☾ m.	5.14.33.21,2	Ap. ☾	4.28.20.19,2		—13. 8. 4,1
Corr. X.A.	+ 30. 5,0	L. ☾ m.	5.14.33.21,2	L. ☊ m.	5. 5.28.20,9
L. ☾ corr.	5.15. 3.26,2	An. ☾ m.	0.16.13. 2	Corr.	+ 8.1,4
Aeq. C.	— 1.44.10,6	Aeq.	+ 21. 3	L ☊ corr.	5. 5.36 22,3
L. ☾ aeq.	5.13.19.15,6	An. ☾ ae.	0.16.34. 5		
Var.	+ 2,3	Corr. X.A.	+ 30. 5		
L. ☾ ter. c.	5.13.19.17,9	An. ☾ corr.	0.17. 4.10		
Aeq. XIII	— 2,3				
L. ☾ in O.	5.13.19.15,6				
Reduct.	— 1.47,0				
L. ☾ red.	5.13 17.28,6				
Nut.	— 7,6				
L. ☾ ver.	5.13.17.21,0				
L. ☉ ver.	5.13.17.21,0				
Dist.	0				

Incl. Orb. ☾ c. cir. Lat.	
A. I. Lat.	0. 7.42.53,3
Inclin.	85. 1.45
Corr.	— 28.14
I. v. Occ.	84.33.31

Argum. Latitud. ☾.		Aequationes	
		+	—
Arg.		′ ″	′ ″
I	0. 7.42.53,3	41 24,3	
II	11.22.20.55,9		1 10,5
III	10. 2. 6.37,5		0 1′7
IV	11.21.29.51,2	0 2,6	
V	11. 5.16.49,3	0 10,0	
VI	10.19. 3.47,3		0 1,7
VII	1.27.57.11,7		0 7,1
VIII	9.16.44.40,1	0 3,6	
IX	0. 8.33.57,9		0 0,3
X	11. 6. 7.53,9		
XI	10.19.54.51,9	0 3,9	0 6′1
		+ 41 44,4	— 1 27,4
		— 1 27,4	
	Lat. ☾ Bor.	40 17,0	

Argumenta. Longitudinis Lunae.		Aequationes. Longutud. Lunae. +	Longutud. Lunae. —	Parallaxis Lunae +	Parallaxis Lunae —	Mot. h ☾ in Long. +	Mot. h ☾ in Long. —
	s ° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″
I. An. ☉ m.	2. 5.36.15,8	10.12,4		91		0,2	
L. ☾ m.	5.14.33.21,2						
— L. ☉ v.	5.13.17.21,0						
D. ☽ a ☉	0. 1.16. 0,2						
Dupl. D.	0. 2.32. 0,4						
± Arg. I.	2. 5.36.15,8						
Arg. II.	2. 8. 8.16,2		59,0		0,3		0,3
Arg. III.	9.26.55.44,6	1. 1,1			0,3		0,5
Dupl. D.	0. 2.32. 0,4						
+ An. ☾ m.	0.16.13. 2,0						
Arg. IV.	0.18.45. 2,4	17,7		0,1			0,6
Arg. V.	11.16.18.58,4	18.46,7			35,9		40,1
± Arg. I.	2. 5.36.15,8						
Arg. VI.	1.21.55.14,2	1.41,8		0,6		0,6	
Arg. VII.	9.10.42.42,6		48,0	0,2		0,1	
An. ☾ m.	0.16.13. 2,0						
— Arg. I.	2. 5.36.15,8						
Arg. VIII.	10.10.36.46,2		26,0	0,1		0,1	
L. ☊ m.	5. 5.28.20,9						
— L. ☉ v.	5.13.27.21,0						
Arg. IX.	11.22.10.59,9		15,7	0,4			0,2
Ap. ☾ m.	4.28.20.19,2						
— L. ☉ v.	5.13.17.21,0						
Arg. X.	11.15. 2.58,2	25,0		1,9		1,8	
	+	32.24,7	— 2.19,7				
	—	2.19,7					
	corr. X. æq. +	30. 5,0					
XI. An. ☾ c.	0.17. 4.10,0		1.44.10,6	54 19,6		29.41,5	
L. ☾ aeq.	5.13.19.15,6						
— L. ☉ v.	5 13.17.21,0						
Arg. XII.	0. 0. 1.54,6	2,3		25,2		39,5	
L. ☾ ter. c.	5.13.19.17,9						
— L. ☊ c.	5. 5.36.22,3						
D. ☾ a ☊	0. 7.42.55,6						
Dupl. D.	0,15.25.51,2						
— An. ☾ c.	0.17. 4.10,0						
Arg. XIII.	11.28.21.41,2		2,3	0,8		1,3	
						+	—
L. ☾ in O.	5.13.19.15,6			+54.49,0	— 36,5	30.25,1	0.41,7
— L. ☊ c.	5. 5.36.22,3				+54.49,0		+ 30.25,1
Arg. XIV.	0. 7.42.53,3		1.47,0	Par ☾ æq.	54.12,5	Mh ☾ i O.	29.43,4
Argum. Mot. h. ☾ in Lat.		+		Par ☉ h.	— 8,7	Aeq XIV	— 6,7
I. A. XIV Lon	0. 7.42.53,3	0.57,2		Sem Tell	54. 3,8	H ☾ i Ecl	29.36,7
II. A II Lat.	11.22.20.55,9	4,5		Diam. ☾	29.32,6	Hor. ☉	2.25,6
		3. 1,7		Semid ☾	14.46,3	H ☽ a ☉	27. 1,1
Ob mot. hor. ☾ in Orbita		29.43,4		Sem. ☉	15.56,0		
Mot. hor. ☾ in Lat. B. cresc.		2.43,3		Sem Pen	30.42,3		

7.

Folglich wird zu Berlin seyn:

Tempus medium ☌ verae 1793 d. 5. Sept.	0^h	47′	46″	
Aequatio Temporis	+	1	42	
Tempus verum ☌ verae Berolini	0	49	28	
Differ. Meridian. Berol. et Vratislav.	+	14	35	
Tempus verum ☌ verae Vratislaviae	1	4	2	

Weil nehmlich der Unterschied der Mittagskreise der Sternwarten zu Berlin und Paris 44′ 25″ beträgt, und dieser zwischen Breslau und Paris auf 59′, zugleich die Polhöhe zu Breslau auf 51° 6′ 30″ von mir in einer kleinen Schrift 1779 angesetzt worden. Ob Herr Prof. Jungnitz aus seinen Beobachtungen auf hiesiger itzt wohl eingerichteten academischen Sternwarte, beyde bestätigen werde, oder ob sie einer beträchtlichen Verbesserung bedürfen werden, steht nunmehr zu erwarten.

8.

Da ich vorstehende Rechnungen schon vor 3 Jahren im Sommer geendigt, und zum Grunde aller meiner übrigen Beschäftigungen mit dieser Begebenheit gelegt hatte: so war es zur Bestätigung ihrer Richtigkeit mir sehr angenehm, aus des weit geübtern Astronoms der Königl. Preuß. Academie der Wissenschaften Herrn Bodes nachher erhaltenen Astronomischen Jahrbuche auf 1793 S. 85 zu ersehen, daß ich mit ihm, bis auf einen Unterschied von 14″ in der Zeit, welche ich mir nicht erklären kann, so genau übereinstimme, als es in solchen Rechnungen möglich ist. Es sind also beyderley Elemente:

	Herrn Bodes			berechnete.		
Neumond zu Berlin nach dem ♌						
In wahrer Zeit	$0^{u}49'$	$14''$		$0^{u}49'$	$28''$,	
Der wahre Ort d. ☾ in d. Ecl.	$5^{z}13^{\circ}17$	22		$5^{z}13$	17	21
Die nordliche Breite des ☾	40	17		40	17	
Stündl. Bew. d. ☾ in s. Bahn	29	43		29	43	,4
— — der Sonne	2	25 ,7		2	25	,6
Stündl. Zun. d. nordl. ☾ Breite	2	43 ,7		2	43	,3
Halbmesser d. Sonne	15	56		15	56	
d. Mondes	14	46		14	46	,3
Horiz. Parall. d. ☾ unt. Aeq.	54	12		54	12	,5
der Sonne		9			8	,7
Halbmesser der Erde	54	3		54	3	,8
Halbmesser des ☾ Halbschatt.	30	42		30	42	,3
Abweichung d. Sonne, nordl.	6	34 26		6	34 27	,3
W. d. Ecl. mit d. Merid. westl.	67	24 44		67	24 47	

9

Die neuesten Sonnentafeln sind: Tabulae Motuum Solis novae et correctae ex Theoria Gravitatis et Observationibus recentissimis erutae. Quibus accedit Fixarum praecipuarum Catalogus novus ex Observationibus astronomicis Annis 1787. 1788. 1789. 1790 in Specula astronomica Gothana habitis editae Auspiciis et sumtibus *Serenissimi Ducis Saxo-Gothani* Auctore *Franscisco de Zach* Gothae, in Commissis apud Carolum Guilielmum Ettinger 1792. Großmedianquart. 2 Alphab. 2 Bog. nebst Abbildung der Sternwarte auf dem Seeberg bey Gotha. Solche Anstalten zur Aufnahme der Astronomie, kann nur der Eifer gelehrter Fürsten für sie treffen, welche den nöthigen Aufwand nicht scheuen dürfen, und ihrer gelehrten

Freunde,

Freunde, welche keine Arbeit scheuen wollen. Die Pracht und Vollkommenheit dieser Sternwarte ist mir durch die Nachricht von zwey Augenzeugen bekannter worden. Durch den einen hat um die Mitte vorigen Jahres der Herr Obristwachtmeister diese Ernestinische Tafeln, als ein Geschenk von der größten typographischen Schönheit und noch größerm innern Werth, mir übersenden, und wider alles mein Denken mich damit beehren wollen. Hier konnte, auch ohne diesen besondern Umstand, nicht übergangen werden, was diese neuesten Tafeln für Resultate geben, und wie man sie daraus erhalte.

10.

In Ansehung der Zeit, kann man auf zweyerley Art verfahren. Man bringt entweder die gegebene mittlere Zeit, hier zu Berlin, $0^{u}\ 47'\ 46''$ durch — $10'\ 36''$, als dem Unterschiede der Mittagskreise in Zeit, auf $0^{u}\ 37'\ 10''$ als die mittlere Zeit auf der Sternwarte bey Gotha, mithin der Tafeln, und sucht für diese die Länge der Sonne; oder man bringt die Epoche der Länge der Sonne, wie sie in den Tafeln bestimmt worden, durch — $26'',09$ auf die Epoche für den Berliner Mittagskreis nach der I. Tafel. Auf beyderley Wegen erhält man einerley Länge der Sonne. Zu den 4 Gleichungen sind noch andere gekommen. Durchgehends sind mit unglaublicher Genauigkeit Hundert- auch wohl Tausendtheile von Secunden mitgenommen worden, und zwar zu erweislicher Aufnahme der Astronomie; worüber ich mich aber hier nicht umständlich erklären kann.

Ad Temp. med. Goth.		Ad Temp. med. Berol.			Apog. ☉
	S. ° ′ ″		S. ° ′ ″		s. ° ′ ″
		Ep. Goth.	9. 10.33.48,18		
		Red.	— 26,09		
1793.	9. 10.33.48,18	1793.	9. 10.33.22,09		3. 9.21. 6
d. 5. Sept.	8. 4.26.45,88	d. 5. Sept.	8. 4.26.45,88		42
37′	1.31,17	47′	1.55,81	Ap. ☉	3. 9.21.48
10″	0,41	46″	1,90	L. ☉. m.	5.15. 1.45
L. ☉ med.	5. 15. 1.45,64		5. 15. 1.45,68	An. ☉ m.	2. 5.39.57
Aeq. Centri	— 1.44.16,97		— 1.44.16,97		
L. ☉ aeq.	5. 13.17.28,67		5. 3.17.28,71		
S. Aeq.	— 22,42		— 22,42		
L. ☉ ver.	5. 13.17. 6,25		5. 13.17. 6,29		

Argumenta Aequatiuncularum Longit. ☉								Ad Arg.	″
	I ☉	II ☾	III ♃	IV ♀	V ♂	VI ☊	VII ♅	II. ☾ P. I	— 0,10
								II. I. ☾ P. II	— 3,18
								III. ♃	— 8,82
1793.	503	600	141	748	854	532	247	IV. ♀	— 0,10
d. 5. Sept.	679	398	622	425	317	36	646	V. ♂	— 3,06
	182	998	763	173	171	568	893	VI. ☊	— 7,38
									— 22,64
								III. I. ♃ P. II	+ 0,22
								Summ. Aeq.	— 22,42

I. Obliquitas Eclipt.	° ′ ″
Obliqu. med. d. 5. Sept.	23 28. 5,64
Ad Arg. VI. ☊ Red. P. I.	— 8,67
Apog. ☾ 1793. 4^{s} 0°42′	
d. 5. Sept. 0 27 38	
4 28 20	
+ 6	
Perigaeum 10 28 20	
Reduct. P. II.	+ 0,57
Coll. pag. 57. Reduct.	— 9,24
Obliquit. Eclipt. app.	23.27.56,40
Differ. a med. 23° 28′	— 3,60
II. Declinatio Solis.	
Declinat. med. 5. Sept.	6.34.35,58
Correctio	— 0,95
Declinatio vera Bor.	6.34.34,63
III. Ang. Ecl. cum. Mer.	
Ang. Ecl. cum. M. med.	67.25.24,80
Correctio	+ 3,49
Ang. Ecl. c. Mer. corr.	67.25.28,29

IV. Semidiam. Solis.	′ ″
Sec. de la Lande	15.54, 56
Tob. Mayer	15.56, 00
de la Caille	15.56, 30
V. Motus horar. Solis.	2.25, 80
VI. Aequatio Temporis.	
Ad An. ☉ med. P. I.	— 6.57,131
Ad Loc. ☉ ver. P. II.	+ 5.15,384
- Arg. II. ☾	— 0,006
III. ♃	— 0,517
V. ♂	— 0,187
	— 0,710
IV. ♀	+ 0,006
	— 0,704
— 0,704 : cof.^{2} Decl. ☉	+ 0,759
Ad Arg. VII. et Decl. ☉	— 0,072
Summa Aeq. minor.	+ 0,687
Pars I et II.	— 1.41,747
Aequatio Temporis	— 1.41,060

pro mutando T. med. in ver. addenda.

11.

Wenn man diese nach den Ernestinischen Sonnentafeln gefundene wahre Länge der Sonne $5^z\ 13^\circ\ 17'\ 6'',25$ und mittlere Anomalie $2^z\ 5^\circ 39'\ 57''$ als Argumente bey Berechnung der Länge des Mondes nach den Mayerschen anwendet: so ergiebt sich diese von $5^z\ 13^\circ\ 17'\ 22'',9$; daher der Neumond um 36″ früher in $5^z\ 13^\circ\ 17'\ 5''$ eintreffen würde. Es wäre überflüssig, die umständliche Berechnung hieher zu setzen, da sie der obigen gleichförmig ist.

II.
Anwendung der orthographischen Projection des Berliner Parallelkreises auf der halben erleuchteten Erdfläche.

12.

Um bey dieser mit möglichster Genauigkeit zu verfahren, ist es besser, anstat des gewöhnlichen Transporteurs, sich des geradelinichten zu bedienen; am allerbesten aber eines verjüngten Maaßstabes. Hierzu wird nun eine vorläufige sehr leichte Rechnung erfordert.

13.

Man nehme den Halbmesser der Projection so an, daß 10″ auf 1 Rhld. Decimalzoll gehen, mithin 6″ auf $\frac{1}{100}$ Zoll oder 1 Scrupel. Dividirt man also die auf Secunden gebrachte astronomische Werthe der Elemente der Finsterniß mit 6: so erhält man ihre geometrische Werthe in solchen Scrupeln; und wenn man bey der Division bis auf Zehntheile eines Scrupels oder Tausendtheile eines solchen Zolles geht, die sich mit einem Handzirkel noch angeben lassen: so verfährt man so genau, als es nur möglich ist. Wer im Zeichnen geübt ist, und sich auf den Maaßstab nicht verlassen will: der theile jede Decimallinie des letzten Zolls, welche 1′ beträgt, in 4 Theile, demnach zu 15″, die ganze Scale aber mit Parallellinien in 15 Theile: so erhält er einzelne Secunden.

14.

14.

Die oben (6) berechneten Elemente sind:			Rhld.Scr.
α) Parallaxis ☽ a ☉ horiz.	54′ 3″,8	=3243″,8	540,6
β) Latit. ☽ vera Bor. in ☌	40 17 ,0	=2417 ,0	402,8
γ) Mot.hor.☽a☉inEclipt.	27 11 ,1	=1631 ,1	271,8
δ) Mot. hor. ☽ in Latitud.	2 43 ,3	= 163 ,3	27,2
ε) HincLat.☽vera 1ʰ post ☌	43 0 ,3	=2580 ,3	430,0
ζ) Semidiameter Solis	15 56 ,0	= 956 ,0	159,3
ς) Semidiameter Lunae	14 46 ,3	= 886 ,3	147,7
η) Hinc Summa Semidd. Lunae et Solis	30 42 ,3	=1842 ,3	307,0
θ) Mot.hor.☽a☉in Orbita	27 17 ,8	=1637 ,8	272,9
Temp.ver.☌ver.Vrat. 1ʰ4′ 3″ Hinc			
ι) Mot.☽a☉inOrbit.pro 4 3	1 50 ,5	= 110 ,5	18,4
κ) Mot.☽a☉inOrbit.pro 55 57	25 27 ,3	=1527 ,3	254,5
λ) AdChord.60° etPart.Proj.(β)			402,8
est Chorda Incl. Orb. ☽ cum Circ. Lat. . . .	84°33′ 31″		542,0
μ) AdChord.60° etSem.Proi.(α)			540,6
est Chorda Anguli Positionis .	22 35 13		211,7
ν) Pro Altitud.Aequatoris Vrat. . .	38 53 30		
et Declinatione Solis . .	6 34 27		
est Sinus versus Summae . .	45 27 57		161,4
ξ) et Sinus versus Differentiae .	32 19 3		83,6
ο) Hinc Paralleli Axis minor . . .			77,8
adeoqueSemid.Circuli minor. . . .			38,9
π) Sin.Altit.Aeq.s.Sem.Circ.maior. . . .			339,3

15.

Die Anordnung der Zeichnung selbst ist folgende:

1) Man beschreibe mit AG = 540,6 (α) einen halben Kreis über AO.

2) Aus dem Mittelpunct G errichte man einen Halbmesser Gb senkrecht, und trage von G nach L die Breite des Monds GL = 402,8 (β) so ist L der Ort des Monds im Augenblick der Conjunction.

3) Man beschreibe aus L mit LG einen Bogen Gg, und trage aus G ab die Sehne Gg = 542,0 (λ) ziehe durch L und g die Linie qQ: so ist qQ die Mondbahn.

Oder man trage von G nach h Mot. hor. ☽ a ☉ in Eclipt. = 271,8 (γ), errichte aus h den Perpendikel hk = 430,0 (ε) und ziehe durch k L die Mondbahn qQ.

4) Man trage L nach I 18,4 (ι) und von L nach II 254,5 ($\varkappa$): so ist I II Mot. hor. ☽ a ☉ in Orbita 272,9 (θ); woraus sich auf der Mondbahn die Stunden I, XII, XI &c. vor, und die Stunden II, III, IV &c. nach der Conjunction, nebst ihren Theilen ergeben.

5) Für die Projection des Breslauer Parallelkreises trage man von b nach X Chord. Ang. Posit. 211,7 (μ) und ziehe GX, als die Projection des allgemeinen Mittagskreises, mithin auch der Erdaxe.

6) Man trage von X nach e Sin. vers. Summae (ν) 161,4; von X nach f Sin. vers. Diff. Alt. Aeq. et Declin. Solis 83,6 (ξ): so ist fe = 77,8 und fB = Be = 38,9 (o) der Halbmesser des kleinen Kreises.

7)

7) Man ziehe durch den Mittelpunct der Projection des Parallelkreises B eine Sehne senkrecht, und trage auf Bd = Ba 339,3 (π): so ist ad der Durchmesser des großen Kreises.

8) Wenn man nun mit den Halbmessern Ba, Be beyde Kreise beschreibt, und jeden in 24 gleiche Theile eintheilt: so ergeben sich die Durchschnittspuncte der mit der kleinen Axe parallelen Sehnen des großen Kreises, und der verlängerten mit der großen Axe parallelen Sehnen des kleinen Kreises, die in derjenigen Ellipse liegen, welche die orthographische Projection des gegebenen Parallelkreises, hier des Breslauischen, ist, und die zugleich die Puncte sind, in welchen sie von den Projectionen der Stundenkreise durchschnitten wird. Eben so ergiebt sich die Eintheilung der Ellipse von 10 zu 10 Minuten u. s. f. wenn die Scale groß genug angenommen worden.

9) Hierauf nehme man die Summe der Halbmesser der Sonne und des Monds mn = op = 307,0 (η) und suche mit dieser Weite auf der Mondbahn und der Ellipse zugleich einerley Augenblicke der Zeit vor und nach der Conjunction in m, n; o, p: so ereignen sich in solchen Anfang und Ende der Finsterniß. Der kürzeste Abstand s l einerley Zeitpuncts in der Ellipse s von der Mondbahn in l, welcher also ein Perpendikel auf sie ist, giebt den Augenblick der größten Finsterniß zu Breslau.

10) Die Größe der Finsterniß selbst wird erhalten, wenn man aus l mit dem Halbmesser des Monds 147,7 (ς) und

aus

aus s mit dem Halbmesser der Sonne 159,3 (ζ) zwey Kreise beschreibt. Man verlängere daher s l zu beyden Seiten, bis an den Rand der Sonnenscheibe in w, und den Rand des Monds in v: so ist vw das Maaß der größten Verfinsterung der Sonne. Man vergleiche dieses mit dem Durchmesser der Sonne 2 × 159,3 = 318,6 und berechne die Größe aus dem Verhältniß von 318,6 Theilen der Scale zu XII Zolle oder 720 Minuten.

16.

Vermittelst dergleichen Projection, die ich zu einerley (8) angezeigten Zeit, auf beschriebene Art, nach dem (13) empfolnen Maaßstabe verfertigt habe, habe ich für Breslau gefunden:

Anfang der Finsterniß um .	$11^{U} 11' 10''$
Ende . . .	2 15 40
Folglich die Dauer . .	3^{St} 4 30
Größte Finsterniß um . .	12^{U} 44 35
Größe der Finsterniß . .	X Zoll 51 Min.

17.

Bey solcher Projection habe ich mich des (15. 8) beschriebenen gewöhnlichen Verfahrens selbst bedient. Es ist aber, wenn auch (13) der Halbmesser der Projection groß genug angenommen wird, von mir zu 5,406 Rheinländische Decimalzollen, nur alsdann diese Zeichnung und Eintheilung der Ellipse sicher, wenn der kleine Halbmesser nicht zu sehr vom großen abweicht. Da aber

aber hier der kleine Halbmesser fast 8 mal kleiner ist, als der große, mithin die Ellipse sehr schmal und länglicht wird: so kann diese gewöhnliche und noch so sorgfältige Zeichnungsart nur durch einen Zufall etwas genaues geben; am wenigsten, wenn die Figur aus guten Gründen nur so klein seyn darf, wie hier die 1ste ist, wo $\frac{1}{5}$ Rheinländischer Decimalzoll zu 10′ angenommen worden. Man wird daher wohl in allen Fällen diejenige Methode der üblichen vorziehen müssen, welche aber aus Gründen, die in der Abhandlung selbst (9) vorkommen, erst daselbst gelehrt wird.

Der

Der

Vorrede

des

Herrn du Sejour

letzter Abschnitt. 1)

Die Sonnenfinsternisse bieten überhaupt erhebliche Aufgaben dar, welche sich auf drey bringen lassen. Man kann eine Methode verlangen, nach welcher man auf die Elemente einer Finsterniß aus den wirklichen Beobachtungen schließt, die von ihr gemacht worden. Man kann im Gegentheil die Elemente als bekannt voraus setzen, und in diesem Fall wissen

1) Eine Uebersetzung der ganzen Vorrede war hier überflüßig. Zuerst handelt er vom Vorzug der algebraischen Methode für die geometrischen Constructionen; wogegen sich aber einwenden läßt, daß beyde ihre eigenthümlichen Vorzüge haben. Was er hierauf von Anwendung jener Methoden auf die Sonnenuhrkunst und auf den Rücklauf der Planeten beybringt, gehört nicht hieher, sondern nur dieser letzte und weitläufigste Abschnitt.

sen wollen, welches die Umstände der Finsterniß in Beziehung auf einen gegebenen Ort seyn werden, oder umgekehrt, welcher Punct auf der Erde es sey, wo in Beziehung auf ihn ein gegebener Umstand statt finden werde. Diese letzte Aufgabe ist diejenige, welche wir uns vornehmen. Um sie aufzulösen, bedient man sich gemeiniglich der Methode der Projectionen. Es kann aber eben diese Methode entweder als ein Zeichnungsgeschäfte, oder als eine trigonometrische Rechnung dargestellt werden. In der ersten Gestalt hat sie Krill[2]) mitgetheilt, und ihre Erklärung findet man in des de la Caille Astronomie[3]) deren Resultat unter dem Namen eines Entwurfs (Dispositifs) einer Finsterniß bekannt ist. Unser Vorsatz ist, ihr eine andere Gestalt zu ertheilen, und sie auf eine Rechnung zu bringen, nicht bloß auf eine algebraische, sondern trigonometrische, die andern astronomischen Rechnungen ähnlich, und so einfach ist, daß jede Auflösuug in zwey Additionen oder Subtractionen besteht. Diese Auflösungen werden aus einer algebraischen Verhältniß hergeleitet, die wir zwischen der Breite eines Orts, seinem Stundenwinkel im Augenblick der größten Phase, und der Größe dieser größten Phase festsetzen. Eben diese Verhältniß verschaft uns die größten und kleinsten Werthe dieser drey Größen, nebst einer Methode,

2) Introductio ad veram Astronomiam s. Lectiones astronomicae habitae in Schola Astronom. Academ. Oxoniensis 1718. 8m. Lect. XIV. p. 162–176; bey der Introd. ad veram Physicam L. Bat. 1725. 4m. p. 316-328; auch Seite für Seite neu gedruckt ibid. 1739; mit Zusätzen in *le Monnier* Instit. astronom. Paris 1746. 4. C. XIII. XIV. Krill nennt sie eine neue Methode. Nach Herrn *de la Lande* Art. 1821. Edit. II. hätte sie Cassini schon in Italien erfunden, wenn er nicht an dessen Schrift: Noua Eclipsium Methodus Bonon. 1663. 4. zweifeln müßte, ob sie wirklich vorhanden sey; nnd Art. 1822., daß nach Flamsteeds Anzeige die Ehre dieser nützlichen Erfindung den Engländern Wreen oder Halley gebühre. Beym Montucla Tom. II. p. 528. ist es Wreen. Die Projection der Erdscheibe für den Weg des Halbschattens, lehrte zuerst Kepler Epit. Astr. Copern. L. VI. p. 876. seq. Part. II. Edit. I. Lentiis 1622. 8.

3) Leçons élement. d'Astron. Edit. II. 1761. Art. 1120 S. besonders 1166 : 1178.

Methode, wornach bestimmt wird, an welchem Ort die größte Phase sich ereigne, beym Auf- oder Untergang der Sonne. Ohnerachtet nun die Aufgabe, eine Finsterniß für einen gegebenen Ort zu berechnen, zu unserer Absicht nicht gehört: so unterlassen wir doch nicht, sie nach einer indirecten Methode aufzulösen; und man weiß, daß diese Aufgabe sich nicht anders auflösen läßt. Jeder Absatz ist durch Anmerkungen erläutert, welche keine Zweydeutigkeit wegen Verschiedenheit der Fälle übrig lassen, und durch Anwendungen auf die Finsternisse vom 17. Octob. 1762 und 1. April 1764 4). Wir haben uns bemüht, die wahren Elemente 5) anzuwenden, welches noch dazu außer unserm Gegenstande liegt. Die Nothwendigkeit, jede Methode zu beweisen, hat uns genöthigt, der Abhandlung eine gewisse Weitläufigkeit zu geben. 6) Diese Mischung von Beweisen, Methoden und Beyspielen kann vielleicht denjenigen beschwerlich scheinen, welche bloß practisch verfahren wollen. Um dieser Schwierigkeit abzuhelfen, wird man nach dem Schlusse der Abhandlung einen Auszug in 5 Absätzen finden, welcher bloß die Methoden enthält, und hinreichend ist, entweder den Entwurf einer Finsterniß anzufertigen, oder für einen besondern Ort zu rechnen; ohne

4) Die Anwendung auf diese beyden Finsternisse, ist hier natürlich weggefallen, ob sie gleich vom Verf. mit gutem Vorbedacht waren gewählet worden, wegen ungleichnahmigen Abweichungen der Sonne. Daher, und weil die Zahlen einzelner Abschnitte beybehalten worden, hier Noten ohne Text vorkommen. Es ist aber in der Uebersetzung keine zugleich von ihm beygebrachte allgemeine Vorschrift weggelassen worden.

5) Hier verstehe ich des V. Meynung nicht. Er gab seine Schrift 1761 heraus; Beyde Finsternisse 1762, 1764 sollten erst eintreffen: mithin konnte er die wahren Elemente nur aus den damals besten Tafeln erhalten.

6) Man hat gar keine Ursache mit dieser unzufrieden zu seyn; vielmehr ist die ganze Abhandlung nur für solche Leser geschrieben, welchen so viele ausgelassene Zwischensätze und Reductionen geläufig sind; dergleichen Fertigkeit aber nicht die Sache der meisten Liebhaber der Astronomie ist.

zur Abhandlung selbst zurückgehen zu dürfen, 7) und darinnen irgend eine Erläuterung aufzusuchen, wenn man nur vorher alle Fälle genau übersehen hat. Da wir uns vorsetzen, alle Aufgaben der Abhandlung durch einerley Gleichung aufzulösen: so haben wir geglaubt, diejenigen Aufgaben in einen Nachtrag verlegen zu müssen, welche die Erfindung des Anfangs und Endes einer Sonnenfinsterniß betreffen, und ihre Größe selbst in jedem Augenblick an einem besondern Ort; man wird auch daselbst den Nutzen unsrer Methoden, bey Berechnung der Bedeckung der Fixsterne durch den Mond, finden.

7) Umgekehrt möchte wohl dieser sehr kurze Auszug demjenigen, der bloß practisch verfahren will, ohne die Abhandlung selbst, nicht hinlänglich seyn; zur Uebersicht des Ganzen dient er allerdings.

Abhan-

Abhandlung

von

den Sonnenfinsternissen.

Vorläufige Begriffe.

1.

Um die Umstände bey einer Sonnenfinsterniß zu bestimmen, stellt man sich einen Beobachter im Mittelpunct der Sonne vor, welcher den Mond in seiner Bahn fortrücken sieht, während dem die Erde ihre tägliche Umwälzung macht. Tritt nun der Mond darzwischen, und bedeckt ihm einen Punct auf der Erdfläche: so trifft diesen Punct eine Sonnenfinsterniß. Allein wegen der großen Entfernung der Sonne, erscheint dem Zuschauer die erleuchtete Halbkugel der Erde, nur wie eine Ebene, und jeder Punct auf ihrer Oberfläche scheint ihm, anstat einen Kreis zu beschreiben, in einer krummen Linie fortzurücken, welche dessen Pro-

Projection ist. Aus gleicher Ursache scheint ihm der Mond sich auf eben dieser Ebene in einer Linie zu bewegen, die man, wegen der kurzen Dauer der Finsterniß, als eine gerade Linie betrachtet. Um also die Umstände bey einer Sonnenfinsterniß zu bestimmen: so ziehe ich Fig. 2 auf einer Ebene, welche diejenige Ebene vorstellt, durch welche die finstere Halbkugel der Erde von der erleuchteten abgesondert wird, eine gerade Linie AO, die ich als den Durchschnitt dieser Ebene 1) mit der Ecliptik betrachte. Auf dieser geraden Linie nehme ich einen Punct G an, den ich als den Ort des Mittelpuncts der Erde während der Dauer der Finsterniß betrachte: von diesem Punct G ziehe ich eine gerade Linie GX, welche mit der Linie AO einen Winkel 2) macht, dessen Sinus sich zum Sinus totus verhält, wie der Cosinus der Schiefe der Ecliptik zum Cosinus der Abweichung der Sonne, und die daher den Durchschnitt des allgemeinen Mittagskreises 3) mit der Projectionsebene vorstellt. Diese gerade Linie

1) Sie schneidet die Ebene der Ecliptik rechtwinklicht, und ist die Erleuchtungsgränze.

2) Es ist dieses der Winkel der Ecliptik mit dem Mittagskreise, welcher nach angezeigter Proportion in den Sonnentafeln berechnet zu finden ist, und zugleich wegen der veränderlichen Schiefe der Ecliptik verbessert wird. Hier beträgt er nach den Mayerschen Tafeln 67°24′27″, nach den Ernestinischen 67°25′28″,29 S. Einleit. (6. 10.)

3) Man stelle sich auf der Ebene der Ecliptik eine gerade Linie vor, zwischen dem Mittelpunct der Sonne und der Erde, und lege durch diese Linie und die Erdaxe eine Ebene: so wird von dieser Ebene die Erdkugel in einem größten Kreise durchschnitten, dessen Projection GX ist. Dieser heißt der allgemeine Mittagskreis, weil währenddem der Mittelpunct der Erde G ruhet, alle Puncte auf ihrer Oberfläche durch dessen Umfang binnen 24 Stunden gehen; mithin jeder Punct im Augenblick seines Durchgangs Mittag hat. Daher ist er der Mittagskreis des Orts, für den man rechnet, und zugleich aller Oerter, an welchen es in einerley Augenblick Mittag ist. Diesen allgemeinen Mittagskreis stellt der Mittagsring bey der künstlichen Erdkugel vor. Seine Projection GX steht nur in beyden Solstitialbogen auf AO senkrecht; in allen übrigen macht sie mit AO den genannten Winkel, der in beyden Nachtgleichen der kleinste, und der Ergänzung der Schiefe der Ecliptik gleich ist.

Linie macht einen spitzigen Winkel mit der Linie AO auf der in der 6. 8 Fig. bemerkten Seite, wenn die Sonne sich dem Nordpol nähert, und auf der entgegengesetzten Seite Fig. 5.7 wenn sie sich von ihm entfernt. 4) Auf eben dieser geraden Linie bemerke ich einen Punct X in einer beliebigen Entfernung von G, und betrachte GX als den Halbmesser der Erde. Um die Rechnung zu erleichtern, werde ich stets zum arithmetischen Werth von GX denjenigen annehmen, welchen in den Tafeln der Sinus totus hat. 5) Aus dem Punct G errichte ich über der geraden Linie AO eine senkrechte Linie, auf welcher ich einen Punct L so bemerke, daß sich GX zu GL verhalte, wie der Unterschied der Horizontalparallaxen der Sonne und des Monds. 6) Dieser Punct ist die Pro-

B 4 jection

4) Nach den Sonnentafeln öffnet sich dieser spitzige Winkel in den aufsteigenden Zeichen gegen Morgen, und in den absteigenden gegen Abend. Er ist eigentlich der Winkel der Ecliptik mit dem zum Ort der Sonne gehörigen Abweichungskreise, welcher mit dem Mittagskreise jedes Orts im Augenblick des Mittags zusammentrifft. Seine Oeffnung wird dadurch bestimmt, daß man überhaupt die Bewegung der Himmelskörper nach der Ordnung der Zeichen, eine Bewegung vom Abend gegen Morgen nennt. Ist nun das Auge in der Sonne: so gehet sie in einerley Augenblick allen denjenigen Oertern, auf, die von O nach X im Umkreise der Erleuchtungsgränze liegen; den übrigen von X nach A gehet sie unter.

5) Da, wie in der Einleitung II. Abschnitt gewiesen worden, in der Zeichnung aus einem willkührlich angenommenen Modul dieser Halbmesser und alle übrigen Linien nach ihrem astronomischen Werth aufgetragen worden: so erhält man ihren arithmetischen Werth, wenn man annimmt, der Halbmesser der Projection habe so viel Theile, als der Sinus totus in den Tafeln hat, und nach der Regel dabey sucht, wieviel seiner Theile jeder solcher Linie zukommen.

6) Im Exempel 1793 den 5. Septemb. ist dieser Unterschied, oder der aus der Sonne gesehene Halbmesser der Erde 54′ 3″,8 = 3243″,8 und die nördliche Breite des Mondes im Augenblick der Conjunction 40′ 17″ = 2417″. Demnach für den arithmetischen Werth von GL.

3243,8 : 2417 = Sin. tot. : arithmet. Werth von GL.
log. r + log. 2417 = 13,3832767
log. 3243,8 = 3,5110541
9,8722226
GL = 0,74511
zu GX = 1,00000

jection des Mittelpuncts des Monds im Augenblick des Neumonds. Er muß auf der Seite gegen Norden oder Süden bemerkt werden, nachdem die Breite des Monds eine nördliche oder südliche ist. Durch diesen Punct L ziehe ich eine gerade Linie LQ, welche die Projection der Bahn des Mittelpuncts des Monds während der Dauer der Finsterniß ist, und deren Neigung gegen die Linie GL die astronomische Tafeln angeben.

In den Exempeln 7) haben wir diesen Winkel der wahren Neigung gegen den Breitenkreis gleich, angenommen, ohne auf diejenigen Aenderungen zu sehen, welche von den stündlichen Bewegungen herrühren, die seine Tangente nach dem Verhältniß der wahren stündlichen Bewegung des Monds zu seiner zusammengesetzten stündlichen Bewegung vermindern.

Diese

7) Dieses ist ein Zusatz des Verf. aus den Erratis. Nach des Cassini Tafeln 1740 S. 57 und daraus in Hells Tabulis Sol. et Lun. 1763 p. 111. 112 beträgt hier dieser Winkel, die Reduction mitgenommen, 84° 33′ 31″. Dagegen berechnet der V. in seinem großen Traité analytique T. 1. p. 12. 13; diese Neigung nach folgender Formel:

$$\text{tang. } \theta = \frac{v}{206265'' \text{ sin. } \mu}$$

in welcher θ diese Neigung, v die stündliche Bewegung des Monds in der Breite, μ die stündliche Bewegung des Monds von der Sonne in der Ecliptik, und 206265″ der in Bogen verwandelte Halbmesser ist. Hier ist v = 2′43″,3 = 163″,3; μ = 27′11″,1 S. Einl. (6). Demnach

$$\begin{aligned} \text{log. sin. } \mu &= 7{,}8980501 \\ \text{log. } 206265 &= 5{,}3144256 \\ \hline &- 13{,}2124757 \\ \text{log. v} &= 2{,}2129862 \\ \hline \text{log. tang. } \theta &= 9{,}0005105 \\ \theta &= 5°43'\ 2'' \\ \text{Compl. QLG} &= 84\ 16\ 58 \end{aligned}$$

Eben dieses folgt unmittelbar aus der 3. Fig. in welcher Ly = Gh = der stündlichen Bewegung des Monds von der Sonne in der Ecliptik Ky = der stündlichen Bewegung des Monds in der Breite, und tang. KLy = cot. = LKy = cot. QLG ist, indem Ly : sin. tot. = Ky : tang. KLy. Letztere Berechnung war jener ersten aus ältern Tafeln hier wegzuziehen, weil aus den neuesten die stündlichen Bewegungen des Monds weit genauer hergeleitet werden.

Diese Linie macht mit der Linie GL einen spitzigen Winkel gegen die in der 6. 7. Fig. bemerkten Seite,[8] wenn die nördliche Breite des Mondes wächst, oder, wenn die südliche abnimmt; und auf der entgegengesetzten Seite, in der 5. 8. Fig. wenn das Gegentheil von vorigen Bedingungen stat findet. Endlich zeichne ich auf eben dieser Ebene die orthographische Projection[9] desjenigen Parallelkreises, für welchen ich rechnen will; welche die Bahn jedes Puncts des Parallelkreises während der Dauer der Finsterniß und dem Fortrücken des Mittelpuncts des Monds auf der Linie QL vorstellt.

2.

Aufgabe. Diejenige Linie zu bestimmen, auf welcher ein Auge, das mit einer Geschwindigkeit fortrückt, welche der zusammengesetzten Bewegung des Monds[1] gleich ist, stets einen angegebnen Theil $\frac{\mu}{\nu}$ der Sonnenscheibe unter der Mondscheibe sehen wird.

Auflösung. Ziehet Fig. 2 durch den Punct T der Linie QTL eine senkrechte Linie. Traget auf diese zu beyden Seiten die Summe der Halbmesser der Sonne und des Monds TR, Tr. Bemerket hierauf die Puncte P, p, so daß PR, pr der $\frac{\mu}{\nu}$te Theil der Sonnenscheibe sey. Ziehet durch die Puncte P, p mit LT Parallellinien, welche die

B 5 Linie

8) Nach den Tafeln liegt die Neigung der Mondbahn gegen den Breitenkreis bey wachsender Breite gegen Abend, bey abnehmender gegen Morgen. Da nun der Winkel der Ecliptik mit dem allgemeinen Mittagskreise sich in den aufsteigenden Zeichen gegen Morgen, und in den absteigenden gegen Abend öfnet; und endlich die Breite des Monds nördlich oder südlich ist: so geben diese 6 Stücke combinirt, acht mögliche Fälle in der 5 , 8 Fig. Was in der 7. Nordwärts liegt, ist der Fall 1793 den 5. Sept. und zugleich der Hauptentwurf zur 1. 2. Fig.

9) Dieses ist hier in der 1. Fig. geschehen, um die 2te nicht noch undeutlicher zu machen.

1) Die dem Unterschiede zwischen der stündlichen Bewegung des Monds in seiner Bahn und der Sonne. Hier ist er 29′ 43″,4 — 2′ 25″,6 = 27′ 17″,8.

Linie GT in den Puncten N, n schneiden: so werden diese Parallellinen der Aufgabe Genüge leisten.

Beweis. Es sey Fig. 4 S der Mittelpunct der Sonne L des Monds, R der übereinstimmende Punct in der Bahn eines Auges, dergestalt, daß TR der Summe der scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Monds gleich sey.[2] Vom Punct R aus sey RS parallel mit TS gezogen. Diese gerade Linie wird, wegen der beynahe unendlichen Verhältniß von GS: TR, in den Mittelpunct der Sonne treffen. Folglich wird das Auge in R dem Mittelpunct der Sonne nach der Linie RS, und den Mittelpunct des Monds nach der Linie RL sehen. Ferner wird ihm die Sonne wie eine ebene Fläche in gleicher Weite mit dem Mond, mithin die Entfernung der Mittelpuncte der Sonne und des Monds der Linie VL = RT, und der Summe der scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Monds gleich, erscheinen. Es werden ihm also beyde Ränder der Sonne und des Monds sich zu berühren scheinen.

Itzt sey P ein Punct in der Bahn eines andern Auges: so wird aus gleichen Ursachen diesem andern Auge die Entfernung der Mittelpuncte der Sonne und des Monds der Linie KL = PT gleich, folglich der Rand des Monds um das Stück PR eingesenkt zu seyn erscheinen.[3] Ist nun diese Größe von der

2) Die 4. Fig. ist des V. 3te mit nöthigen Zusätzen. Das Auge in R siehet beyde Mittelpuncte unter dem Winkel VRL. Es ist aber VRL = RLT = LRH + RHL = LRH + SHD = LRH + HDC + HCD, und, wenn man den aus der Sonne gesehenen Durchmesser des Monds HDC wegläßt, RLT = LRH + SCD. Folglich ist RT = VL die Projection des Winkels RLT, mithin die Projection der scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Monds. Wenn also ein Auge auf einer mit der Mondbahn durch R gezogenen Parallellinie mit angezeigter Geschwindigkeit fortrückt: so siehet es die Entfernung der Mittelpuncte oder der Sonne und des Monds unter dem Winkel VRL, folglich wie beyde Ränder einander berühren.

3) Itzt ist KL = PT die Projection einer kleinen Entfernung der Mittelpuncte der Sonne und des Monds, indem der Rand des Monds um das Stücke PR in die Sonne eingerückt zu seyn scheint. Denn es ist der Sehewinkel KPL = PLT = LPI + PSL = LPI + SId = LPI + IdC + ICd, und, wenn man um destomehr den aus der

der Sonnenscheibe der $\frac{\mu}{\nu}$te Theil: so wird es von der Sonnenscheibe den $\frac{\mu}{\nu}$ten Theil verfinstert sehen.

3.

I. Anmerkung. Wir bemerken, daß sich GX zu TR verhalte, wie der Unterschied der Horizontalparallaxen der Sonne und des Monds zu der Summe ihrer Halbmesser. Nimmt man zum arithmetischen Werth von GX denjenigen an, welchen man in den Tafeln dem Sinus totus gegeben hat: so ist es leicht den übereinstimmenden arithmetischen Werth von TR zu erhalten, und aus gleichen Ursachen den arithmetischen Werth von jeder andern Linie. Wir werden in der Folge voraus sehen, daß der astronomische Werth jeder Linie nach dieser Methode auf den arithmetischen Werth gebracht worden. S. Anm. 5. 6 zu (1).

4.

II. Anmerkung. Die Astronomen theilen die Sonnenscheibe in 12 Zolle, und jeden Zoll in 60 Minuten, oder, welches auf eins hinausläuft, die ganze Sonnenscheibe in 720 Minuten. Sie unterscheiden die verfinsterten Zolle des nördlichen Theils der Sonne von den verfinsterten Zollen des südlichen Theils; nachdem der Mittelpunct des Monds dem Auge scheint, entweder näher gegen den Nordpol, oder weiter von ihm zu seyn, als der Mittelpunct der Sonne. Will man also z. E. wissen, welches der Werth von TP sey, der 6 Zolle oder 360 Min. des nördlichen Theils der Sonne zukommt: so muß man anfänglich sagen: 720 Minut. zu 360 Minut. oder 2 : 1 verhalten sich wie der Durchmesser der Sonne zu einem vierten Gliede. Zieht man diesen Werth von der Summe der Halbmesser der Sonne und des Monds ab: so wird man den Werth von TP haben, der 6 verfinsterten Zollen zukommt. Trägt man hierauf diesen Werth gegen den Südpol zu in Beziehung auf die Projection des Mittel-

Sonne gesehenen Theil des Durchmessers des Monds JdC wegläßt, $PLT = LPI + ICD = LPI + SCD - dCD =$ der um den verfinsterten Theil dCD verminderten Summe der scheinbaren Halbmesser des Monds LPI und der Sonne SCD.

Mittelpuncts des Monds: so wird man die Bahn des Auges haben, welches 6 verfinsterte Zolle des nördlichen Theils der Sonnenscheibe sehen wird, weil 1) dieses Auge 6 verfinsterte Zolle der Sonnenscheibe sehen wird, und 2) der Mittelpunct des Monds ihm scheinen wird dem Nordpol näher zu liegen, als der Mittelpunct der Sonne. Eben so, wenn ein gewisser Werth von TP, nebst dessen Lage in Beziehung auf die Projection des Mittelpuncts des Monds gegeben wird, und man die verfinsterten Zolle erhalten will: so muß man anfänglich diese Größe von der Summe der Halbmesser der Sonne und des Monds abziehen, und hierauf sagen: Der Durchmesser der Sonne verhält sich zu diesem Unterschiede, wie 720 Min. zur Anzahl der verfinsterten Minuten. Man wird aus der Lage von TP schließen, ob diese Minuten zum nördlichen oder südlichen Theil der Sonne gehören. Ist der Werth von TP größer, als die Summe der Halbmesser der Sonne und des Monds: so wird keine Finsterniß die Sonne treffen.

1) Eine ähnliche Umständlichkeit im folgenden Unterricht des Verf. hätte häufige Anmerkungen überflüßig gemacht. Indessen läßt sich auch hier noch manches beybringen. Aus Vergleichung der 2ten Fig. mit der 4. Fig. erhellt, daß von r nach T, südwärts der Bahn des Mittelpuncts des Monds QL, von Anfang an die zunehmende Finsterniß im nördlichen Theile der Sonnenscheibe bestimmt werde, von T aber nordwärts der Bahn QL die abnehmende im südlichen Theil bis zu Ende. Mithin, wenn man den astronomischen Werth eines verfinsterten Theils RP = rp z. E. von 4 Zollen, von der Summe der scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Monds abzieht: so erhält man den astronomischen Werth von TP = Tp, welcher 4 verfinsterten Zollen zuspricht; demnach von TP, wenn die Verfinsterung zum südlichen Theil der Sonne gehört, von Tp, wenn sie zum nördlichen gehört.

2) Bey Totalfinsternissen ist in den meisten Fällen der scheinbare Durchmesser des Monds größer, als der Sonne. Da nun die Summe dieser beyden scheinbaren Halbmesser dem Halbmesser des Halbschattens gleich ist: so ist bey solchen Finsternissen der Durchmesser der Sonne kleiner, als der Halbmesser des Halbschattens. Der Unterschied zwischen beyden, giebt den Halbmesser des wahren Mondschattens. Ist nun zugleich die Breite des Monds nördlich: so wächst rp bis zu 12 Zollen, und der Rest pT ist der Halbmesser des wahren Mondschattens.

3)

3) Nach des Piaristen **Ignatius Kautsch** Angabe in seiner Geographia curiosa, Scalicii 1784. 8. p. 336 sqq. wird 1797 d. 24. Jun. hier eine partiale, aber in den nördlichsten Gegenden totale Sonnenfinsterniß eintreffen, weil der scheinbare Halbmesser der Sonne 15′ 47″, des Monds 16′ 42″, folglich der Halbmesser des Halbschattens 32′ 29″ betragen wird. Demnach ergiebt sich, wegen dem Durchmesser der Sonne von 31′ 34″ ein Ueberschuß von 55″, als der Halbmesser des wahren Mondschattens.

4) Was der seel. **Freytag**, Pastor zu Mühlwitz im Oelsnisch-Bernstädtischen, für beyde Finsternisse 1793 und 1797 schon vor 21 Jahren nach **Hells** Ausgabe der damals neuesten Sonn- und Mondtafeln durch Rechnung und Zeichnung gefunden hat, findet man auf einer Tabelle in des **Herrn Director Bernoulli** Sammlung kurzer Reisebeschreibungen IV. B. nach S. 370, welche er nebst meiner Nachricht von diesem thätigen Schlesischen Astronomen Seite 351 ff. darinnen bekannt machen wollen. In Ansehung der Finsterniß 1797 ist auf der letzten Zeile in angezeigter Tafel Seite 1 Spalte 10, anstatt 8. 6 die Größe auf 6 Zoll 8 Min. nördlich anzusetzen.

5) Bey **ringförmigen Finsternissen** ist der scheinbare Durchmesser des Monds kleiner, als der Sonne; folglich der Durchmesser der Sonne größer, als der Halbmesser des Halbschattens. Der Unterschied zwischen diesen beyden ist der Halbmesser des Rings. Ist nun rT der Halbmesser des Halbschattens, rm der Durchmesser der Sonne: so setze man $T\mu = Tm$. Demnach wächst die Finsterniß von r nach μ, wo sich die ringförmige anfängt; in T ist sie central, oder der Ring vollkommen. In m endigt sich die ringförmige, und es erfolgt bis R die abnehmende.

6) 1793 d. 5. Sept. ist nach den Tafeln Einl. (6)

Der scheinbare Halbmesser der Sonne		15′ 56″,0	=	956″,0
des Monds		14 46 ,3	=	886 ,3
Halbmesser des Halbschattens	$Tr = TR =$	30 42 ,3	=	1842 ,3
Durchmesser der Sonne	$rm = R\mu =$	31 52 ,0	=	1912 ,0
Halbmesser des Ringes	$Tm = T\mu =$	1 9 ,7	=	69 ,7
Mithin	$Rm = r\mu =$	29 32 ,6	=	1772 ,6

und daher 1912 : 1772,6 = 720 Min. : Rm ($r\mu$) in Min.

log. 720 = 2,8573325
log. 1772,6 = 3,2486107
6,1059432
log. 1912 = 3,2814879
log. 667,5 = 2,8244553

Es fängt sich also die ringförmige Finsterniß bey 11 Zoll $7\frac{1}{2}$ Min. an, und hört mit so vielen wieder auf.

7)

7) Der gefundene Halbmesser des Rings Tm $=$ Tμ $69'',7$ bezieht sich auf den Schatten selbst auf der Erdfläche; daher der ganze Durchmesser μm $= 139'',4$ die Breite der Zone ist, in welcher die Finsterniß ringförmig ist. Diese wird von der Bahn des Mittelpuncts des Monds QL halbirt, auf welcher allein sie concentrisch ringförmig ist, oder der Mittelpunct des Monds den Mittelpunct der Sonne deckt. In dem übrigen Raum ist sie excentrisch ringförmig, und an beyden Gränzen dieser Zone berührt der Umkreis des Monds den Umkreis der Sonne in einem Augenblick. Eine genauere Untersuchung hierüber gehörte nicht in diese Abhandlung. Uebrigens, da aus der Erde gesehen, der Unterschied zwischen beyden scheinbaren Halbmessern der Sonne und des Monds $69'',7$ beträgt: so ist dieses die Breite des Sonnenrings bey der concentrisch ringförmigen Finsterniß.

Da wir in der Folge die Bahnen der Augen nicht anders voneinander unterscheiden werden, als durch die verschiedenen Weiten GN, wo sie die Linie GX durchschneiden: so wollen wir zeigen, auf welche Art man finden solle, welcher Anzahl von Zollen jeder dieser Werthe zukomme.

5.

Aufgabe. Die Verhältnisse der Entfernung GN des Mittelpuncts der Erde G von demjenigen Punct, wo der allgemeine Mittagskreis von der geraden Linie PN durchschnitten wird, die mit einer gewissen Phase übereinkommt, zu der Linie TP zu finden, welche diese Phase bestimmt.

Auflösung. Es sey GN $= a$, GT $= \delta$, TP $= f$, und $\varphi = \sin.$ GTL. Weil das Dreyeck NPT ein rechtwinklichtes ist, so hat man $1 :$ NT $= \sin.$ TNP : TP. Allein NT $=$ GN $-$ GT, und TNP $=$ GTL, folglich ist $1 : a - \delta = \varphi : f$, mithin

$$f - a\varphi + \varphi\delta = 0.$$

6.

I. Anmerkung. Vermöge dieser ursprünglichen Voraussetzung gehört f zu einer südlichen Phase; a zu einem Durchschnitt der Bahn des Auges, und δ zu einem Durchschnitt der Mondbahn mit dem allgemeinen Mittagskreise auf der Nordseite.

7)

7.

II. Anmerkung. Für nördliche Phasen muß man das Zeichen des Gliedes der Gleichung, welches f enthält, verwechseln. Daher wird sie

$$fr + a\varphi - \varphi\delta = o.$$

1) Für südliche Phasen ist $fr - a\varphi + \varphi\delta = o$ (s) und daher $a = \delta + \frac{fr}{\varphi}$. Für nördliche wird aus angezeigter Ursache

$$- fr - a\varphi + \varphi\delta = o, \text{ mithin } a = \delta - \frac{fr}{\varphi}.$$

Hieraus ergiebt sich die Berechnung der arithmetischen Werthe von a für die vornehmsten Phasen der Finsterniß 1793. d. 5. Sept.

2) Es ist Einleit. (6)

Winkel der Ecliptik mit dem Mittagskreise	AGT =	67° 24′ 47″
Dessen Ergänzung oder Positionswinkel	TGL =	22 35 13
Neigung d. Mondbahn gegen d. Breitenkreis	GLT =	84 16 58
Diese beyde zusammen	TGL + GLT =	106 52 11
Supplement	GTL =	73 7 49
Nördliche Breite des Monds	GL =	40 17
Unterschied der Horizont. Parall. d. S. u. d. M.	GX =	54 3,8

3) Für den astronomischen Werth von GT ist im Dreyeck GTL

sin. GTL : GL = sin. TLG : GT

log. 2417 = 3,3832767
log. sin. 48° 16′ 58″ = 9,9978342

13,3811109
log. sin. 73 7 49 = 9,9808970

log. GT = 3,4002139
GT = 2513″,1 = 41′ 53″1

und für den arithmetischen (1. Anm. 5. 6.)

GX : GT = r : δ

log. r + log. GT = 13,4002139
log. 3243,8 = 3,5110541

log. δ = 9,8891598
δ = 0,77475
r = 1,00000

4) Zur Erleichterung der Berechnung der arithmetischen Werthe von a für viele Phasen, gehört folgendes: Es ist

$$\log. \frac{fr}{\varphi} = \log. f + \log. r - \log. \varphi$$

und,

und, wegen (Horiz. Parall.) GX : TP = r : f (Anm. 3)

$$\log. f. = \log. TP + \log. r - \log. \text{der Horiz. Parall.}$$

mithin $\log. \frac{fr}{\phi} = \log. TP + 2 \log. r - (\log. \text{der Horiz. Parall.} + \log. \phi)$

Folglich ist, was zum Log. des astronomischen Werths von jedem gegebnen TP nur addirt werden darf, ein beständiger Logarithme, um den arithmetischen Werth von $\frac{fr}{\phi}$, mithin, weil δ nach Anm. 3. gegeben ist, von a nach Anm. 1 zu erhalten. Das Gegentheil geschieht, wenn aus dem gegebenen arithmetischen Werth der astronomische gefunden werden soll.

5) Es ist also log. der Horiz. Parall. = 3,5110541
log. φ = 9,9808970
13,4919511
2 log. r = 20,
log. constans 6,5080489

6) Anwendung auf die vornehmsten Phasen.

I. Für den Anfang und das Ende der allgemeinen Finsterniß ist der größte und kleinste Abstand der Durchschnittspuncte N, n von G da, wo TP = TR = Tp = Tr = dem Halbmesser des Halbschattens = 1842″,3 (4. Anm. 5.)

log. 1842,3 = 3,2653604
log. const. + 6,5080489
9,7734093

$$\frac{fr}{\phi} = 0,59348$$

$$\delta = 0,77475$$

$$a = \begin{cases} GN = \delta + \frac{fr}{\phi} = 1,36823 \\ Gn = \delta - \frac{fr}{\phi} = 0,18127 \end{cases}$$

Es wäre überflüssig, mit dem Verf. anstat der arithmetischen Werthe, die Winkel selbst aufzusuchen, deren Sinus und Tangenten sie sind, z. B. daß wegen beyder eben gefundener Werthe von a, sey

GN = tang. 53° 9′ 8″
Gn = sin. 10 26 39

II. Die nördliche Gränze der Finsterniß auf der Erdfläche ist da, wo eine Parallellinie mit der Mondbahn N′ P′ den Umkreis der Erdscheibe berührt, folglich auf ihr ein Halbmesser

messer der Erde GP^1 rechtwinklicht steht. Es ist also in diesem rechtwinklichten Dreyeck GP^1N^1

$$GP^1 : GN^1 = \phi : r$$

und für den arithmetischen Werth von GN^1

$$GP^1 : GN^1 = r : a$$

mithin $\phi : r = r : a$ und $a = \frac{r^2}{\phi}$

$\log. r^2 = 20,$
$\log. \phi = 9,9808970$
$\log. a = 10,0191030$
$a = 1,04496$
$\mathfrak{z} = 0,77475$
$a - \mathfrak{z} = 0,27021$

Für südliche Phasen ist $a - \mathfrak{z} = \frac{Fr}{\psi} = TP$ (7)

hier $\log. (a - \mathfrak{z}) = \log. \frac{fr}{\phi} = 9,4317014$

abgezogen $\log. const. - 6,5080489$

$\log. TP = 2,9236525$

Der astronom. Werth von $TP = 838'',7$
Halbmesser d. Halbschattens $TR = 1842,3$
Größe der Finsterniß $1003,6$

$1912'' : 1003'',6 = 720$ Min. : Größe der Finsterniß in Minuten,

$\log. 720 = 2,8573325$
$\log. 1003,6 = 3,0015607$
$5,8588932$
$\log. 1912 = 3,2814879$
$\log. 377,9 = 2,5774053$

Größe der Finsterniß 6 Zoll 17,9 Min. südlich.

Eben diese Größe wird aus dem Werthe von $a = 1,04496$ durch Einschaltung der ersten Tafel kürzer gefunden.

III. Für die centrale ringförmige Finsterniß ist $f = 0$, folglich $a = \mathfrak{z} = 0,77475$

IV. Andere arithmetische Werthe von a für alle übrige Phasen, findet man sehr leicht auf folgende Art: Der astronomische Werth des scheinbaren Durchmessers der Sonne ist 1912''; dieser mit 12 dividirt, giebt ihn von 1 Zoll = 159'',33, von 2 Zoll = 318'',66 von 3 Zoll = 478'',00 u. s. w. Mithin ist die Berechnung des arithmetischen Werths von a, für die nördliche und südliche Phase von 1 Zoll folgende:

Halbm. des Halbsch. $Tr = TR = 1842'',30$
1 Zoll $rp = RP = 159,33$

$\log. Tp = \log. TP = \log 1682,97 = 3,2260764$
log. const. $+ 6,5080489$

$\log. \frac{fr}{\phi} = 9,7341253$

$\frac{fr}{\phi} = \mp 0,54216$

$z = 0,77475$

$a = \begin{cases} Gn = 0,23259 \\ GN = 1,31691 \end{cases}$

V. Wenn auf diese Art die Rechnung bis zu 11 Zoll fortgesetzt worden; so ist für den Anfang und das Ende der ringförmigen Finsterniß:

Durchmesser der Sonne $rm = R\mu = 1912'',0$
Halbmesser des Halbsch. $r\delta = TR = 1842,3$

log. des Halbm. des Rings $Tm = \log. T\mu = \log. 69,7 = 1,8432328$
log. const. $+ 6,5080489$

$\log. \frac{fr}{\phi} = 8,3512817$

$\frac{fr}{\phi} = \mp 0,02245$

$z = 0,77475$

$a = \begin{cases} Gn = 0,75230 \\ Gn = 0,79720 \end{cases}$

Das bisherige dient, die erste Tafel völlig zu verstehen. Eine solche hat der Verf. für seine Exempel nicht erst beygefügt: sie ist aber in der Folge nützlich.

8.

Aufgabe. Die Gleichung für die orthographische Projection eines Parallelkreises zu finden, dessen Breite gegeben ist.

Auflösung. Es sey r der Sinus totus und zugleich der Halbmesser der Erde; s der Sinus und c der Cosinus der Breite des Parallelkreises; p der Sinus und q der Cosinus der Abweichung der Sonne. Weil nun die Neigung des Parallelkreises gegen die Projectionsebene ein Winkel ist,

ist, welcher der Ergänzung der Abweichung der Sonne gleich ist: so ist dessen Projection eine Ellipse, deren Mittelpunct auf GX von G um $\frac{qs}{r}$ entfernt ist, und deren halbe große Axe dem Halbmesser des Parallelkreises gleich ist, die den Cosinus seiner Breite; und deren halbe kleine Axe $= \frac{cp}{r}$. Nimmt man also auf der Linie GX einen Punct B, so daß $GB = \frac{qs}{r}$, die Linie GX zur Abscissenlinie, den Punct B aber zum Anfang der Coordinaten: so ist die Gleichung

$$r^2 x^2 + p^2 y^2 - c^2 p^2 = 0.$$

1) Es sey Fig. AFDE ein Parallelkreis, GP die halbe Erdaxe, welche durch seinen Mittelpunct C rechtwinklicht gehet. Folglich schneidet die Ebene des allgemeinen Mittagskreises, in welcher GP liegt, und welcher Ebene und zugleich der halben Erdaxe Projection GX ist, den Parallelkreis im Durchmesser EF rechtwinklicht, weil sie auf der Erleuchtungsgränze senkrecht steht. S. 1. Anm. 3. Ferner schneide die Erleuchtungsgränze den Parallelkreis in HI. Ein anderer Durchmesser AD schneide EF in C rechtwinklicht. Es ist also jeder Halbmesser des Parallelkreises AC, EC DC, FC der Cosinus, und GC der Sinus seiner Breite, zum Sinus totus GP oder GX.

2) Daher bestimmen die von allen Puncten des Umfangs des Parallelkreises auf die Ebene der Erleuchtungsgränze gefällte Perpendikel die orthographische Projection dieses Kreises afde, welche, wie bekannt, eine Ellipse ist. In dieser ist die große Axe ad = AD und die Projection dieses Durchmessers; B ist die Projection des Mittelpuncts C; ef die kleine Axe ist die Projection des Durchmessers EF, der in der Ebene des allgemeinen Mittagskreises liegt; folglich eh die Projection von Eh. Es liegt nemlich, welches der gewöhnliche Fall ist, HI zugleich in der Ellipse, der Abschnitt des Parallelkreises HFIH in der finstern Halbkugel, mithin auch in dieser den Perpendikel Ff. Man vergleiche vor der Hand die 1. Fig. mit dieser.

3) Da der Winkel CGh der Abweichung der Sonne gleich ist, und GCh ein rechter: so ist jenes Ergänzung ChG die Neigung des Parallelkreises gegen die Erleuchtungsgränze. Weil also CB ein Perpendikel ist, Anm. 2): so hat man in dem rechtwinklichten Dreyeck CBG

$$\text{sin. tot} : GC = \text{cos}\ CGB : GB$$

$$r : s = q : \frac{qs}{r}$$

4) In dem bey e rechtwinklichten Dreyeck Eeh sey Cg der Seite he parallel: so ist, weil die Perpendikel CB, Ce parallel sind, Cg = Be = der halben kleinen Axe. Auch ist der Winkel CEg = hCB = CGB. Demnach

$$\text{sin. tot} : EC = \text{sin. } CEg : Cg\ (Be)$$

$$r : c = p : \frac{cp}{r}$$

5) In einer Ellipse, deren halbe große Axe = c, halbe kleine Axe = $\frac{cp}{r}$, ist, die Abscissen x vom Mittelpunct gerechnet, für rechtwinklichte Coordinaten y

$$y^2 = \frac{c^2 p^2}{r^2} - \frac{c^2 p^2}{r^2} \times \frac{x^2}{c^2}$$

$$r^2 y^2 = c^2 p^2 - p^2 x^2$$

$$r^2 y^2 + p^2 x^2 - c^2 p^2 = 0.$$

Mithin, wenn man die kleine Axe zur Abscissenlinie nimmt, und also nur x und y verwechselt, weil alles übrige bleibt,

$$r^2 x^2 + p^2 y^2 - c^2 p^2 = 0$$

9.

Aufgabe. Zu einem in einem Parallelkreise gegebenen Punct N die ihm in dessen Projection zusprechende Coordinate zu finden.

Auflösung. Es sey in der 10. Fig. C der Mittelpunct des Parallelkreises, E der Punct, wo dessen Umfang den allgemeinen Mittagskreis trift. Man fälle vom gegebenen Punct N auf die Linie CE einen Perpendikel, der sie in Q treffe. Man nenne c den Halbmesser des Parallelkreises, g den Sinus des Winkels ECN: so wird seyn $r : g = c : NQ$, folglich $NQ = \frac{cg}{r}$. Vermöge der Construction ist NQ der Ordinate in demjenigen Punct der Projection gleich, welcher dem Punct N zuspricht; folglich ist in diesem Punct $y = \frac{cg}{r}$. 1) Nennt man also h den Cosinus eben dieses Winkels ECN: so wird für die Uebereinstimmende Abscisse seyn $X = \mp \frac{chp}{r}$. 2)

1)

1) Es ist also nq die dem Perpendikel NQ zusprechende und ihm gleiche Coordinate, zur Absciſſe Bq; und es ist im Dreyeck NQC

$$\text{ſin. tot.} : CN = \text{ſin. } NCQ : NQ$$

$$r : c = g : \frac{cg}{r}$$

$$nq = y = \frac{cg}{r}$$

2) Mithin $y^2 = \frac{c^2 g^2}{r^2}$, und weil $g^2 = r^2 - h^2$, so ist $y^2 = \frac{c^2}{r^2}(r^2 - h^2)$

Diesen Werth in der Gleichung (8) ſubſtituirt, erhält man:

$$r^2 x^2 + p^2 \times \frac{c^2}{r^2}(r^2 - h^2) - c^2 p^2 = 0$$

$$r^4 x^2 + c^2 p^2 r^2 - c^2 p^2 h^2 - c^2 p^2 r^2 = 0$$

$$r^4 x^2 = c^2 p^2 h^2$$

$$x = \mp \frac{cph}{r^2}$$

3) Hieraus ergiebt ſich die am Schluſſe der Einleitung angezeigte genaueſte Zeichnung der Projection eines gegebenen Parallelkreiſes und zugleich Eintheilung in Stunden, welche bloß eine vorläufige leichte Berechnung der Abſciſſen und Ordinaten für einen Quadranten der Ellipſe erfordert. Es ſind nehmlich Fig. 11 die Segmente der halben großen Axe Ba oder des Halbmeſſers des Parallelkreiſes B1, B2, B3 u. ſ. w. als Ordinaten die Sinus der Stundenwinkel zu dieſem Sinus totus Ba; und die Perpendickel 1I, 2II, 3III u. ſ. w. als Abſciſſen oder Segmente der halben kleinen Axe Be, ſind die Coſinus der Stundenwinkel zu dieſem Sinus totus Be, durch deren Endpuncte I, II, III u. ſ. w. ſich die Ellipſe ſehr genau ziehen läßt. Nimmt man nun, wie in der Einleit. (13) den Rheinl. Dec. Zoll zu 10′ an, ſo iſt der Halbmeſſer der Projection der Erde GX 540,6 Rhl. Dec. Scrupel; mithin für die Projection des Breslauer Parallelkreiſes unter einer Breite von 51° 6′ 30″

$$r : \text{coſ. } 51^\circ\ 6'\ 30'' = 540{,}6 : Ba$$

$$\log. 540{,}6 = 2{,}7328760$$

$$\log. \text{coſ. } 51^\circ\ 6'\ 30'' = 9{,}7978558$$

$$\log c = 2{,}5307318 \qquad Ba = 339{,}3 \text{ Scr.}$$

$$\log. p = 9{,}0587644$$

$$\log. \frac{cp}{r} = 1{,}5894962 \qquad Be = 38{,}8 \text{ Scr.}$$

Da denn die Summe des log. ſin. des Stundenwinkels und log. Ba der log. $\frac{cg}{r}$ der zuſprechenden Ordinate, und die Summe des

 log.

log. cos. des Stundenwinkels und log. Be den log. $\frac{chp}{r}$ der zu-sprechenden Absciſſe giebt.

4) Z. E. 1 St. Mithin der Winkel 15°. Demnach log. g = log. ſin. 15° = log. coſ. 75° für 5 St.

$$\left.\begin{array}{rl} \text{log. ſin. } 15^\circ & = 9{,}4129962 \\ \text{log. Ba} & = 2{,}5307318 \\ \hline \text{log. } \frac{cg}{r} & = 1{,}9437280 \\ \text{log. Be} & = 1{,}5894952 \end{array}\right\} B\,1 = 87{,}8 \text{ Scr.}$$

$$\text{log. } \frac{chp}{r} = 1{,}0024924 \quad 5\,V = 10{,}1 \text{ Scr.}$$

Auf dieſe Art iſt nachſtehendes Täflein berechnet worden:

St.	W.	y	Scr.	*	x	Scr.	*
0	0	B	0,0	0	Be	38,8	39
I	15	B 1	87,8	88	1 I	37,5	37
II	30	B 2	169,7	170	2 II	33,6	34
III	45	B 3	240,0	240	3 III	27,5	27
IV	60	B 4	293,9	294	4 IV	19,5	19
V	75	B 5	327,8	328	5 V	10,1	10
VI	90	Ba	339,3	339	a	0,0	0

Bey kleinen Zeichnungen, wie Fig. 1, wo die gewöhnlichen Vorſchriften ſich gar nicht anwenden laſſen, kann man die Längen aus den mit einem * bezeichneten Spalten nehmen, und ſich jedes kleinen zu 100 Theilen verjüngten Maaßſtabes bedienen.

10.

Aufgabe. Die Gleichung für die Linie LT zu finden, welche die Tangente auf der Projection der ſcheinbaren Bahn des Mittelpuncts des Monds im Augenblick der Conjunction iſt.

1) Da in den Syzygien, im Fall einer Sonnen- oder Mondfinſterniß, die Erde, als eine Kugel betrachtet, von der Ebene der Mondbahn in einem Kreiſe durchſchnitten wird, deſſen Ebene nicht immer die Erleuchtungsgränze rechtwinklicht durchſchneidet: ſo iſt die Projection des Mittelpuncts des Monds, im Augenblick der Conjunction, ein Punct auf der Erdfläche, der nicht immer zugleich im Um-

fange gedachten Kreises, sondern eines andern liegt, der ihm oder der Ebene der Mondbahn parallel ist. Dieser Punct ist eigentlich L. Legt man nun durch den Punct L im Umfange des der Ebene der Mondbahn parallelen Kreises eine Tangente: so ist LT die Projection dieser Tangente.

2) Auf der Linie GX ist GB $= \frac{qs}{r}$ die Entfernung des Mittelpuncts B der Projection des Parallelkreises vom Mittelpunct der Erde G gegeben (8) folglich die kleine Axe. Es schneidet aber auch LT diese Linie GX im Puncte T, dessen Entfernung GT $= \delta$ von G gegeben ist (5). Eine Gleichung zwischen einer Abscisse BM und Ordinate MK giebt den Punct K als einen Ort in der Ellipse, der mit der Tangente LQ, nach der Erklärung dieses Ausdrucks in der 1. Anm. zusammen trift.

Auflösung. Fället von jedem Punct K dieser geraden Linie auf den allgemeinen Mittagskreis einen Perpendikel, der ihn im Punct M trift: so wird seyn:

$$TM = GT - GM = GT - GB + BM = \delta - \frac{qs}{r} + x$$

Nennt man also t die Cotangente des Winkels GTL: so wird seyn $\delta - \frac{qs}{r} + x : y = t : r$ folglich

$$rx - ty + r\delta - qs = o$$

1) Hier ist mit Absicht auf die folgenden Berechnungen anfänglich der Punct K gegen Morgen genommen worden, so daß M zwischen G und T liegt. Der Verf. nimmt K gegen Abend, wo der Perpendikel zwischen T und X trift. Daher ist bey ihm TM $=$ GM $-$ GT $=$ GB $+$ BM $-$ GT u. s. w. und die Gleichung $rx - ty + qs - ar$.

2) In der Folge ist K kein anderer Punct, als ein Durchschnittspunct der Projection eines Parallelkreises mit der Linie LQ. Im Dreyeck KMT ist tang. MKT $=$ cot. GTL $= t$, und zu BM $= x$, ist MK $= y$, mithin sin. tot : MK $=$ tang. MKT : MT

$$r : y = t : \delta - \frac{qs}{r} + x \text{ u. s. w.}$$

3) Der Mittelpunct B der Projection des Breslauer Parallelkreises trift sehr nahe bey T südwärts der Mondbahn. Denn es ist (Einl. 14) in Rheinl. Dec. Scr. in der 1. Fig. $\frac{1}{2}$ fe $=$ Be $= 38,9$; Xe $= 161,4$; folglich NB $=$ Xe $-$ Be $= 122,5$. Allein GX $= 540,6$; mithin GB $=$ GX $-$ XB $= 418,1$. Es ist aber GT $= 418,8$.

11.

Zusatz. Folglich ist die Gleichung für jede mit LT parallele Linie $rx - ty + ar - qs = o$.

1) Wenn Fig. 2 durch den Punct n, der zu einer bestimmten Phase gehört, Vn mit LT parallel gezogen wird, welche die Projection eines Parallelkreises in V schneidet, und VO ein Perpendikel auf GX ist: so ist für diesen Ort in der Ellipse $BO = x$, $OV = y$. Demnach $nO = Gn - GO = Gn - (GB - BO) = a - \frac{qs}{r} + x$. Weil also W. $VnO = GTL$, so ist, wegen sin. tot : VO = tang. OVn : nO

$$r : y = t : a - \frac{qs}{r} + x \text{ u. s. w.}$$

2) Der Verf. hat hier eine Parallellinie durch N und auf ihr den Punct auch gegen Abend genommen.

12.

Aufgabe. Die Verhältniß zwischen der Breite eines Orts, seinem Stundenwinkel, und dem Werth von a, welcher den Werth der Parallellinie NP bestimmt, durch welche a geht, zu finden.

Auflösung. Aus den Gleichungen $rx - ty + ar - qs = o$, $x = + \frac{chp}{r^2}$, $y = \frac{cg}{r}$ leitet man her:

$$cgt - chp + qrs - ar^2 = o.$$

1) Aus (q) erhellt, weil Fig. 9. 10. alle Puncte des Parallelkreises binnen 24 Stunden durch den allgemeinen Mittagskreis in E gehen, daß der Winkel ECN der Stundenwinkel eines Orts sey, der in diesem Parallelkreise liegt, und zwar im Augenblick des Mittags an dem Ort, für welchen gerechnet wird. Daher ist in der Projection des Parallelkreises, wenn man Fig. 2 die Abscissen von dessen Mittelpunct B nach G rechnet, $x = + \frac{chp}{r^2}$, auch $y = + \frac{cg}{r}$. Folglich wird aus der Gleichung (11)

$$rx - ty + ar - qs = o$$

$$rx \frac{chp}{r^2} - tx \frac{cg}{r} + ar - qs = o$$

$$chp - cgt + ar^2 - qrs = o$$

$$cgt - chp + qrs - ar^2 = o$$

2)

2) Weil der Verf. die Abscissen von B nach X rechnet: so nimmt er auch $x = -\frac{chp}{r^2}$ an, aber $y = +\frac{cg}{r}$, mithin wird seine Gleichung $cgt + chp + ar^2 - qrs = 0$.

13.

Anmerkung. Es wird ursprünglich vorausgesetzt, für p, daß die Abweichung der Sonne nördlich sey; für s, daß die Breite des Orts nördlich sey; für g, daß die Stunde zwischen Mittag und Mitternacht treffe; und für h, zwischen 6 Uhr Morgens und 6 Uhr Abends, d. h. daß die Stunden vom Mittag an gezählt werden; endlich für t, daß der untere Winkel des allgemeinen Mittagskreises mit der Projection der scheinbaren Bahn des Mittelpuncts des Monds spitzig sey und gegen Morgen liege.

1) Vermöge der Voraussetzung sind in der Hauptgleichung (12) die Werthe von p, q; s, c; von t und an sich von a bejahend. Allein von g, h können sie bejahend oder verneinend seyn.

2) Wenn nun g den Sinus eines spitzigen Winkels α bedeutet: so ist $+g = \sin\alpha = \sin.(180^\circ - \alpha)$ im I. II. Quadranten; $-g = \sin.(180^\circ + \alpha) = \sin.(360^\circ - \alpha)$ im III. IV Quadranten. Folglich ist $+h = \cos.\alpha = \cos.(360^\circ - \alpha)$ im I IV. Quadranten, und $-h = \cos.(180^\circ - \alpha) = \cos.(180^\circ + \alpha)$ im II III. Quadranten. Dieses ist aus den ersten Begriffen der Trigonometrie bekannt, wie die 12. Fig. zeigt.

3) Die Grade im Parallelkreise, wie überhaupt in jedem Kreise, Fig. 9 von E nach A, F, D, E von 0-360° gezählt, gehören in dessen Projection Fig. 11 zu 0-XXIV. astronomischen Stunden, welche von e nach a, f, d, e gezählt werden. Weil man aber lieber von solchen Begebenheiten, wie Finsternisse sind, die bürgerliche Zeit angiebt: so gehören zu den 4 Quadranten des Kreises, in der Ellipse Fig. 11 im 1. Quadranten Bea die Nachmittagsstunden XII-VI, im 2ten Baf die Abendstunden VI-XII, im 3ten Bfd die Morgenstunden XII-VI, und im 4ten Quadranten Bde, die Vormittagsstunden VI-XII.

4) Folglich gehört + g zu Stunden zwischen Mittag bis Mitternacht, — g zu Stunden zwischen Mitternacht bis Mittag; + h zu Stunden zwischen VI Uhr Morgens bis VI Uhr Abends, und — h zu Stunden zwischen VI Uhr Abends bis VI Uhr Morgens, wie die Vergleichung der 12. 11. Fig. zeigt.

14.

II. Anmerkung. Da die Gleichung $cgt - chp + qrs - ar^2 = 0$ die Verhältniß zwischen drey Größen ausdrückt: so ist klar, daß, wenn von ihnen zwey gegeben sind, man ohnfehlbar die dritte erhalten werde.[1] Es würde aber die algebraische Auflösung dieser Aufgabe äußerst verwickelt seyn.[2] Wir wollen zeigen, wie sie auf trigonometrische Proportionen zu bringen sey.[3]

1) In dieser Gleichung gehören zusammen p, q; s, c; g, h; beständige Größen sind t, p, q, veränderliche s, c; g, h; a, Breite, Stundenwinkel, Phase. Von diesen sind s, g durch c, h, und umgekehrt, gegeben, mithin von den drey Größen s, g, a zu jeden zwey, die Dritte.

2) Wollte man also g suchen: so würde man die Gleichung so ordnen:

$$chp = cgt + qrs - ar^2$$

$$h = \frac{cgt + qrs - ar^2}{cp}$$

$$h^2 = r^2 - g^2 = \frac{c^2g^2t^2 + 2cgqrst + q^2r^2s^2 - 2acgr^2t - 2aqr^3s + a^2r^4}{c^2p^2}$$

woraus sich die aufzulösende unreine quadratische Gleichung ergiebt

$$g^2 + 2g \times \frac{rt(qs - ar^2)}{c(^2 + t^2)} = \frac{r^2(c^2p^2 - \overline{qs - ar^2})}{c^2(p^2 + t^2)}$$

Für s wäre $cgt - chp = ar^2 - qrs$

$$c = \frac{ar^2 - qrs}{gt - hp}$$

$$c^2 = r^2 - s^2 = \frac{a^2r^4 - 2aqr^3s + q^2r^2s^2}{(gt - hp)^2}$$

Folglich die unreine quadratische Gleichung

$$5^2 - 25 \times \frac{aqr^3}{q^{\alpha}r^2 - (qt - hp)^2} = \frac{r^2(\overline{gt - hp}^2 - a^2r^2)}{q^2r^2 - (gt - hp)^2}$$

Es verlohnt sich also nicht der Mühe, die Auflösungen selbst solchen Gleichungen beyzufügen.

Am leichtesten ließe sich noch a finden aus

$$ar^2 = cgt - chp + qrs$$

$$a = \frac{c}{r^2}(gt - hp) + \frac{qs}{r}$$

3)

3) Man ordne daher die Gleichung also:

$$cgt - chp = ar^2 - qrs$$

$$\frac{gt - hp}{r} = \frac{ar - qs}{cp}$$

Da nun g, h Sinus und Cosinus einerley Winkels, nehmlich des Stundenwinkels H sind, und $\frac{gt - hp}{r}$ zum Sinus totus r die bekannte Form hat $\sin(H - A) = \sin.H \times \cos.A - \cos.H \times \sin.A$ zum Sinus totus r: so darf man nur einen spitzigen Winkel A suchen, dessen Cosinus sich wie t, und dessen Sinus sich wie p verhalte. Findet man nun $\sin(H - A)$: so weiß man H—A, folglich, weil A gegeben ist, auch H selbst. Dieses lehrt:

15.

Aufgabe. Wenn die Breite eines Orts gegeben ist, nebst demjenigen Werth von a, welcher eine von den geraden Linien bestimmt, durch die a gehet, den Stundenwinkel zu finden.

Auflösung. Es sey n der Sinus und m der Cosinus eines spitzigen Winkels A, so daß man habe $m:n = t:p$ oder $r : \frac{r^2}{t} = p : \frac{nr}{m}$. Setzen wir $\frac{mp}{n}$ anstatt t in der Gleichung (12): so wird sie

$$\frac{anr - nqs}{cp} = \frac{gm - hn}{r}$$

*) Es ist $m:n = r : \frac{nr}{m}$; folglich $t:p = r : \frac{nr}{m}$; oder $t:r = rt:r^2 = r : \frac{r^2}{t} = p : \frac{nr}{m}$; wo $\frac{r^2}{t}$ Die Tangente des Winkels ist, dessen Cotangente t ist, und $\frac{nr}{m}$ = tang. A. Aus $m : n = t : p$ folgt $t = \frac{mp}{n}$. Diesen Werth von t in die Gleichung (12) gebracht, erhält man

$$cg \times \frac{mp}{n} - chp + qrs - ar^2 = 0$$

$$cgmp - chnp + nqrs - anr^2 = 0$$

$$cp(gm - hn) - (anr - nqs)r$$

$$\frac{gm\ hn}{r} = \frac{anr - nqs}{cp}$$

16.

I. Anmerkung. Die ursprüngliche Voraussetzung für n ist, daß p und t einerley Zeichen haben.

1) Weil nehmlich $t : p = m : n = r : \text{tang. } A$, mithin, wenn t, p einerley Zeichen haben, tang. A bejahend sey, folglich zu einem spitzigen Winkel gehören.

2) 1793 d. 5. Sept. ist für A aus $t : p = r : \text{tang. } A$

$$\begin{array}{rcll} \log. r + \log. p & = & 19{,}0587644 & (9)\ \text{Anm. } 3. \\ \log. t = \log. \cot. 73^\circ 7' 49'' & = & 9{,}4817951 & (7)\ \text{Anm. } 3. \\ \hline \log. \tan A & = & 9{,}5769693 & \\ A & = & 20^\circ 41' 2'' & \end{array}$$

Man weiß also $n = \sin. A$, findet $\frac{anr - nqs}{cp} = \frac{gm - hn}{r} = \sin. (H - A)$ folglich $H - A + A = H$.

17.

II. Anmerkung. Wenn die Abweichung südlich ist: so ist p verneinend, und das erste Glied der Gleichung wird

$$\frac{nqs - anr}{cp}$$

1) Weil nqs sich nicht ändert: so ist, so lange $anr > nqs$ ist, $\frac{anr - nqs}{cp} = \sin. \alpha = \sin. (180^\circ - \alpha)$ und $H - A$ trift theils in den I. theils in den II. Quadranten. Wird aber $anr < nqs$: so ist $\frac{nqs - anr}{cp} = \sin. (180^\circ + \alpha) = \sin. (360^\circ - \alpha)$ und $H - A$ trift theils in den III. theils in den IV. Quadranten. Alles, weil α ein spitziger Winkel ist, den man unmittelbar findet.

2) Die Bestimmung der Quadranten, in welche die Stundenwinkel selbst treffen, leidet in einzelnen Fällen Abänderungen. Denn wenn $\alpha < A$: so gehört $180^\circ - \alpha + A$ in den III. Quadranten und $360^\circ - \alpha + A$ in den I. Quadranten. Ist $\alpha = A$: so ist $\alpha + A = 2\alpha$, $180^\circ - \alpha + A = 180^\circ$, $180^\circ + \alpha + A = 180^\circ + 2\alpha$, und $360^\circ - \alpha + A = 360^\circ = 0$. Ist $\alpha > A$: so kann $\alpha + A$ in den II. und $180^\circ + \alpha + A$ in den IV. Quadranten treffen u. s. w. Berechnet man für eine ganze Reihe von a, wie in der I. Tafel, die Stundenwinkel: so zeigt sich der Uebergang aus einem Quadranten in den andern von selbst.

18.

III. Anmerkung. Wir bemerken, daß beyde geometrische Auflösungen nicht immer für die erleuchtete Halbkugel stat finden. Sie zeigen die Stundenwinkel in beyden Durchschnittspuncten der Projection mit einer der Linie LQ parallelen Linie an. Es kann sich aber treffen, daß einer von diesen Puncten, deren Projection sie sind, in der finstern Halbkugel liege. 1) Man muß daher den halben Tagebogen des Parallelkreises berechnen, um festzusetzen, ob die übereinstimmende Puncte in der finstern oder in der erleuchteten Halbkugel liegen. Man weiß, daß der Cosinus deshalben Tagebogens sich zur Tangente der Breite des Orts verhalte, wie die Tangente der Abweichung der Sonne zum Sinus totus. 2)

1) Weil nehmlich jeder mögliche sin. (H — A) zu zwey Winkeln gehört, folglich zwey Stundenwinkel giebt; oder die Projection des Parallelkreises von der Bahn des Mittelpuncts des Monds, und von jeder Parallellinie mit dieser, mithin theils von beyderley, theils bloß von den andern in zwey Puncten durchschnitten wird, beyde Parallellinien ausgenommen, welche die Projection nur berühren. Es versteht sich von selbst, so lange an sich solche Durchschnitte möglich sind. Man muß also die Gränze der Erleuchtung des gegebenen Parallelkreises, in der 9. Fig. die Puncte H, J bestimmen.

2) Für die Breit. zu Breslau ist 1793 d. 5. Sept.
r : tang. d. Abweich. d. Sonne = cot. der Aequat. Höhe : sin. d. Ascens. Diff.

log. cot.	38°	53′	20″	=	10,0933104
log. tang.	6	34	27	=	9,0616296
log. sin.	8	12	50	=	9,1549400

Der halbe Tagebogen	98° 12′ 50″
Die halbe Tageslänge	6St 32 51
ganze —	13 5 42
Die halbe Nachtlänge	5 27 9
ganze —	10 54 18
Aufgang der Sonne	5U 27 9
Untergang —	6 32 51

Folglich treffen alle Zeiten zwischen 6U 32′ 51″ Abends bis 5U 27′ 9″ Früh, oder alle Stundenwinkel zwischen 98° 12′ 50″ bis 261° 47′ 10″ in der finstern Halbkugel.

19.

1) Man ist also im Stande, für den Breslauer Parallelkreis diejenigen Stundenwinkel, mithin die Zeiten selbst zu finden, in welchen die zu gegebenen Phasen gehörige Parallellinien mit der Mondbahn dessen Projection schneiden; das heißt aber nicht z. E. weil die Mondbahn sie schneidet, wenn es Nachmittags 1^u 24′ 28″ ist, daß man zu der Zeit zu Breslau die centrale ringförmige Finsterniß sehen werde. Dieses Glück ist einem Ort beschieden, der unter gleicher Breite in Zeit um 1^St 24′ 28″ gegen Morgen liegt. Was für eine Phase im Augenblick des Mittags zu Breslau eintreffen werde, wird hernach berechnet werden.

2) Wenn man also den Augenblick des Mittags zu Breslau voraussetzt, mithin Fig. 1 diesen Ort in e oder XII: so ergeben sich aus den Stundenwinkeln sehr leicht die Längen der Oerter, wo nach Breslauer Uhr gegebene Phasen im Breslauer Parallelkreise eintreffen. Denn da die Länge von Breslau 34° 45′ beträgt: so erhält man die mit den gefundenen Stundenwinkeln übereinstimmende Längen, wenn man die Länge von Breslau zu dem Stundenwinkel addirt, und von der Summe, wenn sie größer als 360° ist, 360° abzieht.

3) Damit man aber im rechnen nicht des Guten zu viel thue: so findet man, wenn man die 1. 2. Fig. als eine zusammen setzt, daß nur Parallellinien für nördliche Phasen von 8 Zoll bis 8 Zoll südliche den Breslauer Parallelkreis jedesmal in 2 Puncten schneiden. Man suche daher, was für alle Phasen gilt, den Werth von nqs und log. cp. Die Werthe von a nimmt man aus der I. Tafel.

log. n =	9,5480351
log. q =	9,9971348
log. s =	9,8911662
log. nqs =	9,4363361
nqs =	0,27311
log. c =	9,7978558
log. p =	9,0587644
log. cp =	8,8566202

Phase VIII Zoll nördlich.

a =	0,59188
log. a =	9,7722410
log. r + log. n =	19,5480351
log. anr =	9,3202761
— anr =	0,20906
nqs =	0,27311
nqs — anr =	6405
log. (nqs — anr) =	8,8065191
log. cp =	8,8566202
log. sin. α =	9,9498989
α =	63° 0′ 17″

	180° 0′ 0″		360° 0′ 0″
	+ 63 0 17		− 63 0 17
H − A =	243 0 17	H − A =	296 59 43″
+ A =	20 41 2	+ A =	20 41 2
I H =	263 41 19	II H =	317 40 45
In Zeit	17^{St} 34 45	In Zeit	21^{St} 10 43
Um	5 34 45 früh	Um	9 10 43 vorm.

Hieraus die Längen.

I H =	263° 41 19	II H =	317° 40 45
Vrat.	34 45 0		34 45 0
I Long.	298 26 19	II Long.	352 25 45

Mithin ist die Berechnung der Tafel, mit Weglassung der Oerter, die in die finstre Halbkugel treffen, völlig zu begreifen.

20.

IV. Anmerkung. Wenn die Abweichung der Sonne o ist: so hat man $p = o$ und $q = r$ und die Gleichung (12) wird $cgt + r^2 s - a r^2 = o$, oder $c : \frac{r^2}{t} = a - s : g$.

*) Das Glied chp fällt weg, und es ist $cgt = ar^2 - r^2 s$ u. s. w.

21.

Aufgabe. Wenn der Stundenwinkel, d. i. der kleinste von beyden Winkeln des Stundenkreises mit dem Mittagskreise, und der Werth von a gegeben sind, die Breite zu bestimmen; und umgekehrt, wenn Stundenwinkel und Breite gegeben sind, den Werth von a zu bestimmen.

Auflösung. Es sey l der Sinus und k der Sinus eines solchen spitzigen Winkels, daß $\frac{tr}{k} : \frac{gm - hn}{r} = \frac{pr}{q} : n$ sey; setzen wir in der Gleichung (15) $\frac{lnq}{kp}$ anstat $\frac{gm - hn}{r}$: so werden wir erhalten $q : k =$

$$a : \frac{cl + ks}{r}.$$

Geschieht es, daß durch die Veränderung der Zeichen in den drey ersten Gliedern der ersten Proportion der Werth des ersten Gliedes verneinend wird: so muß man im vierten Gliede der zweyten Proportion das Zeichen von 1 ändern.

1) Die Gleichung (15) verglichen mit (10) Anm. 1. ist

$$cgmp - chnp + nqrs - anr^2 = 0$$
$$anr^2 = nqrs + cgmp - chnp$$
$$a = \frac{qs}{r} + \frac{cp}{nr} \times \frac{gm - hn}{r}$$

Es läßt sich also zu vielen gegebnen Stundenwinkeln unter einerley Breite der jedesmalige Werth von a leichter, als nach des Verf. zwey Proportionen berechnen. Man suche nehmlich den beständigen Werth $\frac{qs}{r}$, addire zum beständigen $\log. \frac{cp}{nr}$ den gegebenen $\log. \frac{gm - hn}{r} = \log. \sin. (H - A)$ und addire den gefundenen Werth des Products zum ersten. In folgenden Rechnungen hat man sich dieser Formel mit Vortheil bedient.

2) Ist sin. (H — A) verneinend: so wird das Product $\frac{cp}{nr} \times \frac{gm - hn}{r}$ verneinend, und ist von $\frac{qs}{r}$ abzuziehen. Eben dieses findet stat, so lange H < A ist, indem sin. (A — H) $= \frac{hn - gm}{r} = - \frac{gm - hn}{r}$ ist.

3) Die Rechnung selbst ist folgende:

$\log. cp = 8{,}8566202$ $\qquad$ $\log. q = 9{,}9971348$

$\log. nr = 9{,}5480351$ $\qquad$ $\log. s = 9{,}8911662$

$\log. \frac{cp}{nr} = 9{,}3085851$ $\qquad$ $\log. \frac{qs}{r} = 9{,}8883010$

$\frac{qs}{r} = 0{,}77322$

Z. E. Neumond $1^{U}\ 4'\ 3''$

$H = 16\ 0\ 45$

$A = 20\ 41\ 2$

$A - H = 4\ 40\ 17$

$\log. \sin. (A - H) = 8{,}9108420$

$\log. \frac{cp}{nr} = 9{,}3085851$

$8{,}2194271$

$- \frac{cp}{nr} \times \frac{gm - hn}{r} = 0{,}01657$

$\frac{qs}{r} = 0{,}77322$

$a = 0{,}75665$

Nach

Nach (7) Anm. 6. II ist die mit diesem Werth übereinstimmende Phase XI Zoll 12,6 Min.

4) Auf diese Art ist die III. Tafel berechnet worden, welche daher eine Erweiterung der II. ist. Die Erinnerung (19) Anm. 1. findet also auch hier stat. z. E. die gefundene Phase von XI Z. 12,6 Min. im Augenblick des Neumonds um $1^u\,4'\,3''$ zu Breslau, trift in einen Ort, der um $1^{St}\,4'\,3''$ in Zeit d. i. um $16^\circ\,0'\,45''$ ostwärts liegt. Folglich ist dessen Länge $16^\circ\,0'\,45'' + 34^\circ\,45' = 50^\circ\,45'\,45''$. Die einzige nördliche Phase von X Zoll 7,9 Min. ist diejenige, welche für den Augenblick des Mittags zu Breslau durch diese Rechnung direct gefunden wird.

22.

1) So leicht aber läßt sich zu einem gegebenen Stundenwinkel und Werth von a die Breite nicht finden. Man erhielte auf dem gewöhnlichen Wege, wie (14) Anm. 2 eine unreine quadratische Gleichung, welche zu Berechnung einer Tafel unbrauchbar ist. Man muß daher einen andern Weg suchen.

2) Die Gleichung ist $cgmp - chnp = nqrs - anr^2 = 0$

$$cgmp - chnp = anr^2 - nqrs$$

$$cp\,\frac{(gm - hn)}{r} = n(ar - qs)$$

$$n : cp = \frac{gm - hn}{r} : ar - qs$$

$$n : \frac{gm - hn}{r} = cpr : ar^2 - qrs$$

$$= pr : \frac{ar^2}{c} - \frac{qrs}{c}$$

$$= \frac{pr}{q} : \frac{ar^2}{cq} - \frac{rs}{c}$$

d. i. sin. A : sin. (H — A) = tang. der Abw. der Sonne : $\frac{ar^2}{cq} - \frac{rs}{c}$.

Dieses vierte Glied ist die um die Tangente der Breite verminderte Größe $\frac{ar^2}{cq}$. Man setze also, dieses vierte Glied sey der Tangente eines spitzigen Winkels B gleich, dessen Sinus l und Cosinus k zum Halbmesser r sey; mithin

I. sin. A : sin. (H — A) = tang. Decl. Solis : tang. B

demnach $\frac{ar^2}{cq} - \frac{rs}{c} = \frac{lr}{k}$

folglich $ark - kqs = clq$

$$ak = q \times \frac{cl + ks}{r}$$

$$k : q = \frac{cl + ks}{r} : a$$

Das dritte Glied hat also die Form, wenn die Breite L heißt, sin. (B + L) = sin. B × cos. L + cos. B × sin. L zum Halbmesser = r. Folglich ist die Proportion diese:

II. Cos. B : cos. Decl. Solis = sin. (B + L) : a.

3) Es kann aber das zweyte Glied in der I. Proportion sin. (H — A) verneinend seyn, (17) Anm. 1. Da wird also tang. B $= - \frac{lr}{k}$, mithin:

$$- ark + kqs = clq$$

$$ak = q \times \frac{ks - cl}{r}$$

$$k : q = \frac{ks - cl}{r} : a$$

d. i. cos. B : cos. Decl. Solis = sin. (L — B) : a

4) Wenn man aber nicht auf diesem Wege mit dem Verf. a sucht, sondern auf dem kürzern (21) Anm. 1: so ist, wenn die Breite gesucht wird, überhaupt

cos. Decl. Solis : cos. B = a : sin. (L ± B)

23.

1) Nunmehr läßt sich die IV. Tafel berechnen, in welcher zur gegebnen Phase der centralringförmigen Finsterniß a = 0,77475 und den Stundenwinkeln nach Breslauer Uhr, folglich den nach (19) Anm. 2 bestimmten Längen, auch die Breite derjenigen Oerter gefunden wird, wo diese merkwürdige Begebenheit sichtbar seyn wird. Wenn man nun noch für die erleuchtete halbe Erdfläche nach (40) die Breite und Länge derjenigen Oerter berechnet, wo die Sonne centralringförmig verfinstert auf- und untergeht: so kann man auf einem Planiglobio durch diejenigen Gegenden und Oerter eine krumme Linie ziehen, welche den Weg des Mittelpuncts des Monds während der centralringförmigen Finsterniß vorstellt.

2) Um die Berechnung dieser Tafel zu erleichtern, suche man für die I. Proportion (22) Anm. 2. log. tang. Decl. Solis — log. sin. A als einen beständigen, und addire ihn zu dem jedesmaligen log. sin. (H — A): so erhält man log. tang. B. Für die II. ist log. a — log. cos. Decl. Solis zum log. cos. B zu addiren, um log. sin. (L ± B) zu erhalten. Es ist also hier

log. tang. Decl. ☉ =	9,0616296	log. a =	9,8891598
log. sin. A =	9,5480351	l. cos. Decl. ☉ =	9,9971348
log. const. I =	9,5135945	log. Const. II	9,8920250

3)

3) Z. E. Sonnenaufgang $5^{u}27'\ 9''$

$H = 261^\circ 47\ 10.$
$A = 20\ 41\ 2$

$H - A = 241\ 6\ 8$ im 3. Quad.
$61\ 6\ 8$

log. sin. $(H - A) = 9{,}9422479$
log. const. I $= 9{,}5135945$

log. tang. $B = 9{,}4558424$
$B = 15^\circ 56' 32''$
log. cos. $B = 9{,}9829669$
log. const. II $= 9{,}8920250$

log. sin. $(L - B) = 9{,}8749919$

I. Lat. $- B = 48^\circ 34' 48''$	II. $L - B = 131^\circ 25' 12''$
$+ B = 15\ 56\ 32$	$+ B = 15\ 56\ 32$
I. Lat. $= 64\ 31\ 20$	II. Lat. $= 147\ 21\ 44$

It. um $1^{u}24' 28''$ Nachm.

$H = 21^\circ\ 7\ 0$
$A = 20\ 41\ 2$

$H - A = 25\ 58$ im 1. Quad.
log. sin. $(H - A) = 7{,}8781367$
log. const. I $9{,}5135945$

log. tang. $B = 7{,}3917312$
$B = 0^\circ\ 8'\ 28''$
log. cos. $B = 9{,}9999987$
log. const. II. $9{,}8920250$

log. sin. $(L + B) = 9{,}8920237$

I. Lat. $+ B = 51^\circ 14' 56''$	II. Lat. $+ B = 128^\circ 45'\ 4''$
$- B = 0\ 8\ 28$	$- B = 0\ 8\ 28$
I. Lat. Vrat. $51\ 6\ 28$	II. Lat. $= 128\ 36\ 36$
Untersch. 2	

24.

I. Anmerkung. Man sieht hier, daß die Algebra zwey Auflösungen giebt. Die Aufgabe besteht nemlich darinnen, daß man die Breite der Parallelkreise finden solle, deren Projection durch die Durchschnittspuncte eines gegebenen Stundenkreises mit einer gewissen Linie NP geht. Es

 hat

hat aber diese Linie zwey Durchschnittspuncte mit der Projection jedes Stundenkreises; und weil jeder Stundenkreis zwey Stundenwinkeln zuspricht, die um 180° auseinander liegen: so geben diese beyde Durchschnitte die Breite der Oerter, die durch einerley Linie N P gehen, aber mit Stundenwinkeln, die um 180° unterschieden sind. Weil man also nur den einen von diesen Stundenwinkeln im Gesicht hat: so ist klar, daß eine von diesen zwey Auflösungen nicht in der Frage liege, welches immer diejenige ist, die eine größere Breite, als 90°, giebt. Folglich würden, wenn jede von diesen beyden Breiten kleiner, als 90° ist, alle beyde der Aufgabe Gnüge leisten, und man würde daraus schließen müssen, daß jeder von den Durchschnitten zu einerley Bogen des Stundenkreises gehöre; und umgekehrt: wenn alle beyde 90° überschritten, so würde keine die Frage auflösen. Wir bemerken, daß eine Breite, welche 270° überschritte, nicht außer der Aufgabe liegen würde, weil es eine Breite seyn würde, die kleiner als 90°, aber von der entgegengesetzten Benennung seyn würde. Will man die einem gegebenen Stundenwinkel zusprechende Breite haben: so wird man den halben Tagebogen berechnen müssen, um sich zu versichern, ob der Ort in der finstern, oder erleuchteten Halbkugel liege.

25.

II. Anmerkung. Beträfe es den Mittag, so wäre $g = o$, und $h = r$, folglich gäbe die erste Proportion $\frac{l}{k} = \frac{p}{q}$ oder $k = q$, und $l = p$; mithin würde man aus der zweyten herleiten a =. Man erhält wirklich dieses aus der Gleichung (12) wenn man $g = o$, $h = r$ setzt.

1) Aus $n : \frac{gm - hn}{r} = \frac{pr}{q} : \frac{lr}{k}$, wird $n : \frac{o - nr}{r} = \frac{pr}{q} : \frac{lr}{k}$,

Demnach $n : -n = \frac{pr}{q} : -\frac{lr}{k}$, und daher $\frac{p}{q} = -\frac{l}{k}$.

Weil nun gleiche Tangenten auch gleiche Cosinus und Sinus haben; so ist zwar $q = k$, beyde bejahend, aber $p = -l$. Demnach ist in der II.

Pro-

Proportion $q:k = a : -\frac{cl+ks}{r}$, $a = -\frac{cl+ks}{r} = \frac{qs-cp}{r}$ $=$ sin. (Lat. — Decl. ☉).

2) Aus der Gleichung (12) $cgt - chp + qfs - ar^2 = 0$
wird $- cpr + qrs - ar^2 = 0$

$$qrs - cpr = ar^2$$

$$\frac{qs - cp}{r} = a$$

3) Also 1793. d. 5. Sept.

$$\log. \frac{cp}{r} = 8{,}8566202 \quad (19) \text{ Anm. } 3.$$

$$\frac{cp}{r} = 0{,}07188$$

$$\frac{qs}{r} = 0{,}77322 \quad (21) \text{ Anm. } 3.$$

$$a = \frac{qs - cp}{r} = 0{,}70134$$

Folglich X Zoll 7,9 Min. wie in der III. Tafel.

26.

1) Zu (24) gehört folgende Erläuterung. Wenn man sich die Mühe giebt, nach einem größern Modul, wie z. E auf der ersten Charte Lowitzes von der Finsterniß 1748, oder auf der XIII. Tafel der Astronomie des Herrn de la Lande, die Projection der ganzen oder halben erleuchteten Erdfläche so zu zeichnen, daß dabey die Parallelkreise von 10 zu 10 Graden und die Stundenkreise für ganze Stunden mitgenommen werden, so zeigt es sich

I. daß die meisten Bogen gegebner Stundenkreise von den Parallellinien mit der Mondbahn für nördliche und südliche Phasen, mithin von der Mondbahn selbst, auf der erleuchteten nördlichen Halbkugel zwischen dem Aequator und Nordpol nur in einem Punct durchschnitten werden, der andere Durchschnitt aber in die finstere Halbkugel treffe;

II. daß, weil der Nordpol noch auf der erleuchteten Seite liegt, es auch einerley Bogen etlicher Stundenkreise gebe, die von Parallellinien für südliche Phasen in zwey Punkten durchschnitten werden:

III. daß es auf der erleuchteten südlichen Halbkugel Bogen von Stundenkreisen gebe, die daselbst von Parallellinien für die ersten nördlichen Phasen durchschnitten werden;

IV. daß es einen Stundenkreis gebe, welcher den Berührungspunct der Erleuchtungsgränze mit der letzten Parallellinie für südliche Phasen durchschneidet; und

V. daß die übrigen Parallellinien für die letzten südlichen Phasen außer der Erdfläche treffen.

2) Mithin ist im

Isten Fall die eine Breite nördlich, die andere zwischen 90 ; 270° trift in die finstre Halbkugel. Im

IIten giebt es Paare nördlicher Breiten, deren jede also kleiner, als 90° ist. Im

IIIten giebt es Breiten, die größer, als 270°, mithin südliche, und die Ergänzungen zu 360° sind. Der

IVte ist die nördliche Gränze. Der letzte

Vte ist an sich klar.

27.

Exempel.

1) Zum Isten Fall sind sie die häufigsten.

2) Zum IIten Fall. Die Phase sey 7 Zoll südlich, mithin aus der ersten Tafel a = 1,00894. Die Stunde 5 Nachm. Demnach wie (23) Anm. 3.

Stunde	5 0 0
H =	75° 0′ 0″
A =	20 41 2
H — A =	54 18 58
log. sin. (H — A) =	9,9096884
log. const. I	9,5135945
log. tang. B =	9,4232829
B =	14° 50′ 36″
log. cos. B =	9,9852602
log. a =	10,0038653
	19,9891255
log. cos. Decl. ☉ =	9,9971348
log. sin. (Lat. + B) =	9,9919907

I. Lat. + B =	79° 1′ 50″	II. Lat. + B =	100° 58′ 10″
— B =	14 50 36	— B =	14 50 36
I. Lat. =	64 11 14	II. Lat. =	86 7 34

beyde nördlich in der erleuchteten Halbkugel. Der andere Stundenwinkel ist 255°.

3) Zum IIIten Fall. Zum vorigen H sey der Anfang gegeben. Also aus der Isten Tafel a = 0,18127. Demnach

log.

$$\log. \cos. B = 9{,}9852602$$
$$\log. a = 9{,}2583259$$
$$\overline{19{,}2435861}$$
$$\log. \cos. \text{Decl.} \odot = 9{,}9971348$$
$$\overline{\log. \sin. (L + B) = 9{,}2464513}$$

I. $L + B = 10^\circ\ 9'\ 32''$ — II. $L + B = 169^\circ 50' 28''$

$- B = 14\ 50\ 36$ — $- B = 14\ 50\ 36$

I. $- L = 4\ 41\ 4$ südl. — II. Lat. $= 154\ 59\ 52$

d. i. $+ L = 355\ 18\ 56$.

4) So lange nemlich $\sin. (H - A)$ bejahend bleibt: so ist auch in der Isten Proportion $\tan g.\ B$ bejahend, folglich in der IIten Proportion $\sin. (L + B)$ bejahend. Allein es kann in der IIten a so abnehmen, daß $L + B = B$ wird, folglich $L = 0$ oder 360°; d. i. der Ort liegt unter dem Aequator. Nimmt a noch mehr ab: so wird $L + B < B$, folglich $B - (L + B) = - L$ oder der eine bejahende Sinus gehört zu $360^\circ + B - L$, und die Breite selbst ist $360^\circ + B - L - B = 360^\circ - L$. Für die andere Breite bleibt $L + B$ das Supplement zu 180°, mithin sie selbst $L + B - B = L$. Und weil der andere Stundenwinkel 255° ist: so trift sie in die finstre Halbkugel.

5) Der IVte Fall wird (37) berechnet. Der letzte giebt zum $\sin. (L \pm B)$ einen größern, als der Sinus totus.

28.

Anmerkung. Wenn die Abweichung der Sonne o ist: so sey ν der Sinus und μ der Cosinus eines solchen spitzigen Winkels C, daß $g : r = \frac{r^2}{t} : \frac{r\nu}{\mu}$ sey. Setzen wir in der Gleichung (20) $c g t + r^2 s - a r^2 = 0$, $\frac{\mu r^2}{g \nu}$ anstat t: so werden wir daraus herleiten $r : \nu =$

$$a : \frac{\nu s + c \mu}{r}.$$

*) Ohnerachtet dieser Fall der seltenste ist: so gehört wegen der Reduction noch folgendes hieher. Wegen

$$ar^2 = c g t + r^2 s$$

$$\text{ist } a = \frac{cgt}{r^2} + s = s + c : \frac{r^2}{gt}$$

Es ist aber $\frac{r^2}{t}$ die Tangente des Winkels GTL 2. Fig. dessen Cotangente t ist. Man setze daher, daß sich g : r verhalte, wie $\frac{r^2}{t}$ zur Tangente eines spitzigen Winkels C, dessen Sinus ν und Cosinus μ zum Sinus totus r sey; mithin

$$g : r = \frac{r^2}{t} : \frac{\nu r}{\mu}$$

d. i. $\sin. H : r = \text{tang. } GTL : \text{tang. } C$

Folglich ist $\frac{r^3}{gt} = \frac{\nu r}{\mu}$ oder $\frac{gt}{r^2} = \frac{\mu}{\nu}$ und $t = \frac{\mu r^2}{g \nu}$. Demnach

$$a = s + c \times \frac{gt}{r^2} = s + \frac{c\mu}{\nu}$$

$$\nu a = \frac{\nu s + c\mu}{r} \times r$$

$$r : \nu = a : \frac{\nu s + c\mu}{r}$$

d. i. $r : \sin. C = a : \cos. (\text{Lat.} - C)$

oder wenn man den Werth von t in die Gleichung (20) bringt

$$cg \times \frac{\mu r^2}{g \nu} = ar^2 - r^2 s$$

$$c\mu = a\nu - \nu s$$

$$a\nu = \nu s + c\mu = \frac{\nu s + c\mu}{r} \times r \text{ u. s. w.}$$

29.

Aufgabe. Unter allen Oertern, die durch einerley Linie NP gehen, den Stundenwinkel desjenigen zu finden, dessen Breite die möglichst größte oder kleinste ist.

*) Einerley gegebene Parallellinie NP schneidet den Umfang der Erleuchtungsgränze in zwey Puncten, welche zu Breiten gehören, die nach (42) gefunden werden; auch schneidet sie die Projection des allgemeinen Mittagskreises unter schiefen Winkeln. Mithin giebt es zwey Parallelkreise, deren jeder diese Linie in einem Punct berührt, welcher durch den Stundenkreis bestimmt wird. Von diesen Parallelkreisen hat einer die größte, der andere die kleinste Breite.

Auflösung. Wir bemerken anfänglich, daß, vermöge der Natur der Frage, in der Gleichung (12) c, s, g und h veränderlich sind; man leitet also aus ihr her: ctdg

+

$+ gtdc - cpdh - hpdc + qrds = 0.$[1] Allein $c^2 + s^2 = r^2$, und $g^2 + h^2 = r^2$; folglich $ds = -\frac{cdc}{s}$ und $dg = -\frac{hdh}{g}$[2], mithin $-cgqrdc - ghpsdc + g^2 stdc - cgpsdh - chstdh = 0.$[3] Weil nun $dc = 0$ gesetzt wird: so ist $-ht = gp$, oder $-h : g = p : t$,[4] demnach giebt die Auflösung zwey Winkel, nemlich $90° + A$ und $270° + A$.[5] Aendern p und t ihre Zeichen, eines ohne das andere: so werden diese Winkel seyn $90° - A$ und $270° - A$. Findet sich eine übereinstimmende Breite: so wird diese eine kleinste oder größte seyn.

1) Von der Gleichung $cgt - chp + qrs - ar^2 = 0$, ist die vollständige Differentialgleichung.

$$cgdt + ctdg + gtdc - chdp - cpdh - hpdc + qrds + qsdr + rsdq - 2ardr - r^2da = 0$$

Weil aber r an sich, auch überhaupt p, q, t, und hier a beständige Größen sind: so fallen alle Glieder mit dr, dp, dq, dt, da weg, und es bleibt

$$ctdg + gtdc - cpdh - hpdc + qrds = 0$$

2) $2cdc + 2sds = dr^2 = 0$, daher $ds = -\frac{cdc}{s}$, und eben so

$$2gdg + 2hdh = dr^2 = 0,\ dg - \frac{hdh}{g}.$$

3) $ct \times -\frac{hdh}{g} + gtdc - cpdh - hpdc + qr \times -\frac{cdc}{s} = 0.$

Demnach mit g und s multiplicirt

$$-chstdh + g^2 stdc - cgpsdh - ghpsdc - cgqrdc = 0$$

4) Weil nun für die kleinste Breite $c = r$, folglich $dc = 0$ so bleibt

$$-chstdh - cgpsdh = 0$$
$$-ht = gp$$
$$t : p = g : -h$$

5) Wenn also H den Stundenwinkel bedeutet: so ist

$$g : -h = r : -\text{cot. } H$$
folglich $t : p = r : -\text{cot. } H$
allein $t : p = r : \text{tang. } A$ (15. 16.)

Mithin $r : \text{tang. } A = r : -\text{cot. } H$
$$\text{tang. } A = -\text{cot. } H$$

Jede negative Cotangente gehört zu 180° — A und zu 360 — A. Allein tang. A gehört zu A und 180° + A; folglich ist tang. A verneinend genommen = cot. (90° + A) = cot. (270° + A) und der kleinste Stundenwinkel ist 90° + A, der größte 270° + A.

6) Daher ist hier A = 20°41′ 2″
90° + A = 110 41 2 Zeit $7^{St}22'44''$
270° + A = 290 41 2 19 22 44

7) Aus der beständigen Verhältniß t : p = g : — h folgt, daß die an sich möglichen Berührungspuncte aller Parallellinien mit Parallelkreisen, deren Breiten die größten oder kleinsten sind, in einerley Ellipse liegen, welche die Projection des gefundnen Stundenkreises ist.

Exempel.

8) Man sucht die größte und kleinste Breite bey der centralen ringförmigen Finsterniß. Für diese ist a = 0,77475.

I H = 110°41′ 2″	II H = 290°41′ 2″
— A = 20 41 2	A = 20 41 2
H — A = 90 0 0	H — A = 270 0 0

sin. A : r = tang. Decl. ⊙ : tang. B (22. 2. I.)

log. r + log. tang. Decl. ⊙ = 19,0616296
log. sin. A = 9,5480351
log. tang. B = 9,5135945
B = 18° 4′ 14″

cos. Decl. ⊙ : cos. B = a : sin. (Lat. ∓ B) (22. 2. II.)

log. a = log. 8 = 9,8891598
log. cos B = 9,9780322
19,8671920
log. cos. Decl. ⊙ = 9,9971348
log. sin. 47°51′ 5″ = 9,8700572

L — B = 47 51 5	L + B = 47°51′ 5″
+ B = 18 4 14	— B = 18 4 14
Lat. max. = 65 55 19	Lat. min. = 29 46 51

9) Folglich lassen sich für jedes a beyde Breiten sehr leicht berechnen. Man suche zuerst zu log. cos. B = 9,9780322
— log. cos. Decl. ⊙ = 9,9971348
log. const. 9,9808974

und addire zu dem log. a

30.

Bemerkung. Wenn die Abweichung o ist: so ist p = o, und die Gleichung — h t = g p wird — h = o, welches anzeigt, daß der Ort, welcher um 6 Uhr Morgens oder Abends durch die Linie NP geht, die möglichste größte und kleinste Breite habe.

31.

Aufgabe. Man verlangt unter allen Oertern, die einerley Breite haben, den Stundenwinkel desjenigen, der durch die Linie NP geht, welche durch den größten und kleinsten Werth von a bestimmt wird.

*) Weil einerley gegebener Parallelkreis nur in zwey Puncten von zwey Parallellinien berührt werden kann, und diese zwey Berührungspuncte in Stundenkreisen liegen: so giebt es für diese Puncte einen größten und kleinsten Werth von a, durch welche die Parallellinien mit NP bestimmt werden.

Auflösung. Wir bemerken, daß zu Folge der Natur der Frage in der Gleichung (12) a, g und h veränderlich sind. Mithin hat man $c t d g - c p d h - r^2 d a = o$.[1]

Allein $d g = - \frac{h d h}{g}$.[2] Folglich ist $g r^2 d a = - c h t d h - c g p d h$. Weil also $d a = o$ gesetzt wird: so ist ebenfalls $- h t = g p$. Der Werth des übereinstimmenden a ist ein Größtes und Kleinstes.

1) Hier kommen nur von den 11 Gliedern der vollständigen Differentialgleichung das 2. 5. und 11. in Betrachtung (29) Anm. 1) die übrigen alle sind o.

2) Wie (29. Anm. 2. 3.)

3) Es wird also nach einerley Proportionen (21. 22.) so wie (29) beyde Breiten, also auch hier der doppelte Werth von a gefunden, woraus sich die Phasen, entweder, wie (7), oder durch Einschaltung der Isten Tafel berechnen lassen.

Exem-

Exempel.

Für den Breslauer Parallelkreis, unter der Breite 51° 6′ 30″.

$$L = 51^\circ\ 6'\ 30''$$
$$\pm B = 18\ \ 4\ \ 14$$

$L + B = 69^\circ\ 10'\ 44''$	$L - B = 33^\circ\ 2'\ 16''$

cos. B : cos. Decl. ⊙ = sin. (L ± B) : a

log. sin. (L+B) =	9,9706698	log. sin. (L—B) =	9,7365492
log. const.	10,0191026	log. const.	10,0191026
	9,9897724		9,7556518
I a =	0,97673	II. a =	0,56971

Durch Einschaltung der ersten Tafel.

I. Phase VII Zoll 38 Min. südl.	II. Phase VII Zoll 34 Min. nördl.

Oder kürzer, nach (21. Anm. 1.)
log. (H — A) = 10,
log. (cp. : nr) = 9,3085851 (21. Anm. 3)

Das Product ± 0,20351
qs : r = 0,77322

Vorige Werthe von a { I. 0,97673 / II. 0,56971

32.

Aufgabe. Man sucht unter allen Oertern, für welche der Werth von a der größte ist, die Breite desjenigen, der den möglichst größten und kleinsten Stundenwinkel hat.

*) Die nöthige Erläuterung ertheilt hernach (33.) der Verf. selbst.

Auflösung. Weil vorausgesetzt wird, daß $dh = o$ sey: so wird aus der Gleichung $-cgqrdc - ghpsdc + g^2stdc - cgpsdh - chstdh = o$ (29) $- cqr - hps + gst = o$*), woraus man herleitet $gt - hp = \frac{cqr}{s}$.

Die Gleichung (12) giebt $gt - hp = \frac{ar^2 - qrs}{c}$;

folg-

folglich $\frac{cqr}{s} = \frac{ar^2 - qrs}{c}$, mithin $c^2 q + qs^2 = ars$. Allein $c^2 + s^2 = r^2$; und also $rq = as$, demnach $a : q = r : s$.

*) Es bleibt $- cgqrdc - ghpsdc + g^2 stdc = 0$
Diese Gleichung mit $+ gdc$ dividirt.

$$- cqr - hps + gst = 0$$
$$gst - hps = cqr$$
$$gt - hp = \frac{cqr}{s}$$

Die Gleichung (12) ist $cgt - chp + qrs - ar^2 = 0$

$$cgt - chp = ar^2 - qrs$$
$$gt - hp = \frac{ar^2 - qrs}{c}$$

Folglich $\frac{cqr}{s} = \frac{ar^2 - qrs}{c}$

$$c^2 qr = ar^2 s - qrs^2$$
$c^2 q = ars - qs^2$ u. s. w. Demnach
$$a : q = r : s$$

d. i. a : cos. Decl. Solis = sin. tot. : sin. Latit.

Giebt es nun zu der durch diese Proportion bestimmten Breite einen Stundenwinkel: so wird dieser ein größter oder kleinster seyn. Um ihn zu finden, setze man in der Gleichung $\frac{cqr}{s} = gt - hp$, $\frac{mp}{n}$ anstat t (15) und sie wird $\frac{gm - hn}{r} = \frac{cnq}{ps}$. Daher $\frac{pr}{q} : n = \frac{cr}{s} : \frac{gm - hn}{r}$.

*) $\frac{cqr}{s} = gt - hp$, und, wegen $t = \frac{mp}{n}$

$$\frac{cqr}{s} = \frac{gmp}{n} - hp$$
$$cnqr = gmps - hnps = ps\,(gm - hn)$$
$$\frac{cr}{s} \times n = \frac{pr}{q} \times \frac{gm - hn}{r}$$
$$\frac{pr}{q} : n = \frac{cr}{s} : \frac{gm - hn}{r}$$

d. i. tang. Decl. Solis : sin. A = cot. Latit. : sin. (H — A)

33.

Anmerkung. Wir bemerken, daß diese Aufgabe nur stat findet, wenn a größer ist, als q.[1] Es ist nemlich q die Entfernung des Mittelpuncts der Erde von der Projection des Pols. Allein wenn man die Projection der Stundenkreise zeichnet:[2] so wird man sehen, daß, so lange der Durchschnitt des allgemeinen Mittagskreises mit der Linie NP dem Mittelpunct der Erde näher liegt, als die Projection des Pols, diese Linie jeden dieser Stundenkreise treffen werde; im Gegentheil, wenn dieser Durchschnitt vom Mittelpunct der Erde weiter abliegt, als die Projection des Pols, diese Linie nicht alle Stundenkreise treffen werde. Es wird daher einen Stundenkreis geben, welcher der letzte seyn wird, den sie treffen wird, und es wird also der übereinstimmende Ort den möglichst größten und kleinsten Stundenwinkel haben.

1) Wenn $a < q$, so ist, wegen $a : q = r : s$, $r < s$, welches für eine jede Sternwarte auf der Erdfläche unmöglich ist. Für aerostatische Sternwarten müßte q größer angenommen werden.

2) Man vergleiche (26).

34.

Exempel.

a = 10,00894

die Phase VII Zoll südlich.

a : cos. Decl. Solis = r : sin. Latit.

log. rq = 19,9971348

log. a = 10,0038826

9,9932522

Die Breite 79° 55′ 3″

tang. Decl. Solis : sin. A = cot. Lat. : sin. (H — A)

log. cot. Lat. = 9,2499612

log. sin. A = 9,5480351

18,7979963

log. tang. Decl. ☉ = 9,0616296

9,7363667

I. H — A =	33° 2′ 19″	II. H — A =	146° 57′ 41″
+ A =	20 41 2	+ A =	20 41 2
I. H =	53 43 21	II. H =	167 38 43
In Zeit	3^{St} 34 53	In Zeit	11^{St} 10 35

d.

d. h. der Parallelkreis unter einer nördlichen Breite von 79° 55′ 3″ wird von der Parallellinie, die zur Phase von VII Zoll südlich gehört, zweymal durchschnitten, das einemal an einem Ort, der um 3^{St} 34′ 52″ gegen Morgen, und das anderemal an einem Ort, der um 11^{St} 10′ 35″ auch gegen Morgen liegt. Nach (26. 2.) wird von eben dieser Parallellinie der 5te Stundenkreis zweymal durchschnitten, unter Breiten von 64 und 86 Graden.

35.

Bemerkung. Wenn die Abweichung der Sonne o ist: so wird die Proportion $a:r = r:s$. Setzt man $p = o$, und $q = r$ in der Gleichung $gt - hp = \frac{cqr}{s}$: so giebt dieses für den Sinus des übereinstimmenden Stundenwinkels $g = \frac{cr^2}{ts}$, folglich ist $t:r = \frac{cr}{s}:g$.

*) Der Verf. läßt q stehen, daher nach ihm $t:q = \frac{cr}{s}:g$, und zwar $-g$. Dieses hängt von (10. Anm. 1) durch die ganze Rechnungen ab.

36.

Aufgabe. Man sucht unter allen Oertern, die einerley Stundenwinkel haben, die Breite desjenigen, welcher durch die Linie NP geht, die durch den größten oder kleinsten Werth von a bestimmt worden.

Auflösung. Vermöge der Natur der Aufgabe sind in der Gleichung (12) a, c, s veränderlich. Man leitet also daraus $gtdc - hpdc + qrds - r^2da = o$. Allein $ds = -\frac{cdc}{s}$ (29). Es ist also $gtdc - hpdc - \frac{cqrdc}{s} - r^2 da = o$. Setzt man nun $da = o$, so giebt dieses *) $gt - hp - \frac{cqr}{s} = o$. Setzen wir

noch

noch in dieser Gleichung $t = \frac{mp}{n}$ (15) so wird sie $gmps - hnps - cnqr = o$; folglich $n : \frac{pr}{q} = \frac{gm - hn}{r} : \frac{cr}{s}$ *)

Giebt es also einen Werth von a, welcher mit der durch diese Proportion bestimmten Breite überein kommt: so wird dieser ein Größtes oder Kleinstes seyn. Um ihn zu finden, vergleiche ich beyde Werthe von $gt - hp$, und es kommt eben so heraus $qr = as$, folglich $s : q = r : a$.

*) Aus $gtdc - hpdc - \frac{cqrdc}{s} = o$, wird mit dc dividirt, und mit s multiplicirt, $gst - hps - cqr = o$, und $t = \frac{mp}{n}$ gesetzt, und mit n multiplicirt, $gmps - hnps - cnqr = o$. Folglich $gmps - hnps = cnqr$ u. s. w. Wie (32.).

37.

*) Hieher gehört die Bestimmung der nördlichen Gränze der Finsterniß. Nach (29.) ist

$$H = 110^\circ 41' 2''$$
$$A = 20\ 41\ 2$$
$$H - A = 90\ 0\ 0$$

Daher sin A : tang. Decl. Solis = r : cot. Latit.

$$\text{log. r + log. tang. Decl.} \odot = 19{,}0616296$$
$$\text{log. sin. A} = 9{,}5480351$$
$$\text{log. tang. } 18^\circ 4' 14'' = 9{,}5135945$$

Die Breite $71^\circ 55' 46''$

sin. Lat. : r = cos. Declin. Solis : a

$$\text{log. r + log. cos. Decl.} \odot = 19{,}9971348$$
$$\text{log. sin. Lat.} = 9{,}9780332$$
$$\text{log. a} = 10{,}0191016$$
$$a = 1{,}04496$$

Eben so wie schon (7. Anm. 6. II.) gefunden worden; die Phase ist VI Zoll 17,9 Min. südlich. Der andere Stundenwinkel $290^\circ 41' 2''$ giebt die Breite $251^\circ 55' 46''$, welche außer der Frage liegt.

38.

38.

*) Aus (33.) ist zu ersehen, daß man zu gegebnen Stundenwinkeln nur solche Oerter finden werde, welche dem Nordpol sehr nahe liegen; weil nur daselbst Stundenkreise von Parallellinien bloß berührt werden können. Da nun ein solcher Berührungspunct zugleich in einem Parallelkreise liegt: so erhält man dessen Breite und zugleich den Werth des zustimmenden größten a.

Exempel.

Zeit $1^{St} 0' 0''$

$H = 15° \; 0 \; 0$
$A = 20 \; 41 \; 2$

$-(H - A) = 5 \; 41 \; 2$

Folglich sin. A : tang. Decl. Solis = — sin. (H — A) : — cot. Lat.

log. sin. (A — H) = 8,9958104
log. tang. Decl. Sol. = 9,0616296

18,0574400
log. sin. A = 9,5480351

log. tang. $1° 51' 3''$ = 8,5094049
Folglich — tang. 91 51 3 = cot. $88° \; 8' \; 57''$
Die Breite $88° \; 8' \; 57''$
log. r + log. cos. Decl. Solis = 19,9971348
log. sin. Lat. = 9,9997734

log. a = 9,9973614
l. a = 0,99394

Vermöge der Isten Tafel VII Zoll 18 Minuten.

39.

Bemerkung. Wenn die Abweichung der Sonne o ist: so ist $p = 0$, $q = r$, und die Gleichung $gst - hps - cqr = 0$, wird $gst - cr^2 = 0$; folglich $r : t = g : \frac{cr}{s}$.
Der übereinstimmende Werth von a wird ein Größtes oder Kleinstes seyn.

*) Wie (35) vergl. mit der Anmerkung.

40.

Aufgabe. Ich setze, ein gewisser Ort befinde sich in einer Linie NP beym Auf- oder Untergang der Sonne, und verlange die Verhältniß zwischen der Breite des Orts und dem Werth von a, welcher die Linie NP bestimmt.

Auflösung. Weil g, h den Sinus und Cosinus des Stundenwinkels bedeuten: so sieht man, daß sie hier der Sinus und Cosinus des halben Tagebogens sind.[1] Es sind aber, vermöge der Voraussetzung (13) die Breite des Orts und die Abweichung der Sonne gleichnahmig; folglich $h = -\frac{prs}{cq}$ und $g = \frac{r\sqrt{(q^2 - s^2)}}{cq}$. Setzt man diese Werthe in die Gleichung (12) so wird sie:[3]

$$r^2 s^2 + t^2 s^2 - 2aqrs + a^2 q^2 - q^2 t^2 = 0.$$

Wenn die Breite gegeben ist, und man den Werth von a wissen will: so wird die Gleichung geben[4] $aq = rs \pm t\sqrt{(q^2 - s^2)}$; allein die Methode (21) ist bequemer.

Ist der Werth von a bekannt, und man verlangt die Breite: so wird seyn[5] $r^2 s + t^2 s = aqr \pm qt\sqrt{(r^2 + t^2 - a^2)}$. Setzt man also $r^2 + t^2 = b^2$ d. i. wenn man b die Cosecante des Winkels des allgemeinen Mittagskreises mit der Linie NP nennt: so wird man finden[6] $b^2 s^2 = aqr \pm qt\sqrt{(b^2 - a^2)}$.

1) Die Proportion für die Ascensionaldifferenz ist (18. 2.)

r : tang. Decl. Solis = cot. Altit. Aeq. : sin. diff. asc.

welcher Fall eigentlich zweifelhaft ist. Die Astronomie entscheidet hier, daß, weil die Abweichung der Sonne und Breite nördlich sind, die Ascensionaldifferenz zu 90° addirt, den halben Tagebogen gebe. Folglich ist sin. diff. asc. = — cos. Arcus semidiurni.

2) Mithin ist $r : \frac{pr}{q} = \frac{sr}{c} : -h$

$$h = -\frac{pr^2 s}{cqr} = -\frac{prs}{cq}$$

$$h^2 = \frac{p^2 r^2 s^2}{c^2 q^2}$$

Es ist aber $g^2 = r^2 - h^2 = r^2 - \frac{p^2 r^2 s^2}{c^2 q^2} = \frac{r^2 (c^2 q^2 - p^2 s^2)}{c^2 q^2}$

Demnach $g = \frac{r \sqrt{(c^2 q^2 - p^2 s^2)}}{c q}$, nicht $r^2 \sqrt{}$ u. s. w. wie der Verfasser in den Erratis verbessern will.

3) Die Gleichung (12) ist $cgt - chp + qrs - ar^2$ demnach, weil auch $-chp = h \times -cp$, $ct \times \frac{r\sqrt{(c^2 q^2 - p^2 s^2)}}{cq} = qrs + cp \times \frac{prs}{cq} - ar^2$, mithin mit q multiplicirt und mit r dividirt, auch c, wo es sich aufhebt, weggelassen.

$$t\sqrt{(c^2 q^2 - p^2 s^2)} = q^2 s + p^2 s - aqr,\text{ und, weil } q^2 + p^2 = r^2,$$
$$= r^2 - aqr.$$

Diese Gleichung quadrirt:

$$c^2 q^2 t^2 - p^2 s^2 t^2 = r^4 s^2 - 2aqr^3 s + a^2 q^2 r^2.$$

Es ist aber $c^2 = r^2 - s^2$ und $p^2 = r^2 - q^2$. Diese Werthe zur linken substituirt, giebt:

$$q^2 r^2 t^2 - q^2 s^2 t^2 - r^2 s^2 t^2 + q^2 s^2 t^2 = r^4 s^2 - 2aqr^3 s + a^2 q^2 r^2$$

also was sich aufhebt, weggelassen, und mit r^2 dividirt:

$$q^2 t^2 - s^2 t^2 = r^2 s^2 - 2aqrs + a^2 q^2 \text{ oder}$$
$$r^2 s^2 + t^2 s^2 - 2aqrs + a^2 q^2 - q^2 t^2 = 0.$$

4) Mithin $r^2 s^2 - 2aqrs + a^2 q^2 = t^2 q^2 - t^2 s^2$

$$(rs - aq)^2 = t^2 (q^2 - s^2)$$
$$rs - aq = + t\sqrt{(q^2 - s^2)}$$
$$aq = rs \mp t\sqrt{(q^2 - s^2)}$$
$$a = \frac{rs \mp t\sqrt{(q^2 - s^2)}}{q}$$

Wie beym Verf. Nach seinen Erratis käme $aq = rs \mp rt\sqrt{(q^2 - s^2)}$.

5) Um s zu finden, ist

$$r^2 s^2 + t^2 s^2 - 2aqrs = q^2 t^2 - a^2 q^2$$
$$s^2 \times (r^2 + t^2) - 2s \times aqr = q^2 (t^2 - a^2)$$

Folglich die ergänzte unreine quadratische Gleichung

$$s^2 - 2s \times \frac{aqr}{r^2 + t^2} + \frac{a^2 q^2 r^2}{(r^2 + t^2)^2} = \frac{a^2 q^2 r^2 + q^2 (t^2 - a^2)(r^2 + t^2)}{(r^2 + t^2)^2}$$

$$s - \frac{aqr}{r^2 + t^2} = \frac{\pm \sqrt{(a^2 q^2 r^2 + q^2 \times \overline{t^2 - a^2} \times \overline{r^2 + t^2})}}{r^2 + t^2}$$

$$s(r^2 + t^2) - aqr = \pm \sqrt{(a^2 q^2 r^2 + q^2 r^2 t^2 + q^2 t^4 - a^2 q^2 r^2 - a^2 q^2 t^2)}$$
$$= \pm \sqrt{(q^2 r^2 t^2 + q^2 t^4 - a^2 q^2 t^2)}$$
$$= \pm qt\sqrt{(r^2 + t^2 - a^2)}$$
$$s(r^2 + t^2) = aqr \pm qt\sqrt{(r^2 + t^2 - a^2)}$$
$$s = \frac{aqr \pm qt\sqrt{(r^2 + t^2 - a^2)}}{r^2 + t^2}$$

6) Es ist aber t die Cotangente des Winkels GTL (10), mithin, wenn dessen Cosecante b heißt, $b^2 = r^2 + t^2$, folglich

$$s = \frac{aqr \pm qt\sqrt{(b^2 - a^2)}}{b^2}$$

41.

Anmerkung. So lange, als $a < r$ ist: so bezeichnet der bejahende Werth von s die Breite desjenigen Orts, welcher durch die angezeigte Linie beym Untergang der Sonne geht, und der verneinende die Breite des Orts bey ihrem Aufgange.[1] Ist $a > r$ und hat mit t einerley Zeichen: so spricht jeder dieser Werthe dem Aufgange der Sonne zu; ist $a > r$ und hat mit t ein entgegengesetztes Zeichen: so spricht jeder dieser Werthe dem Untergange der Sonne zu.[2] Ist $a = b$: so sind beyde Wurzeln gleich,[3] und dieser Werth von a ist der größte und kleinste unter allen denjenigen, die eine Linie NP bestimmen, in welcher die verschiedenen Oerter beym Auf- und Untergange der Sonne liegen, und zugleich überhaupt unter allen Werthen von a, welchen eine Breite zusprechen kann.

1) Nemlich, vermöge der Voraussetzung (1), wenn die Sonne ruht, und die Erde sich dreht. Nimmt man aber die Erde ruhend an: so gehört der bejahende Werth für den Aufgang der Sonne, der verneinende für den Untergang.

2) Wegen der Lage von $GX = r$, Fig. I. gegen Abend giebt es Parallellinien mit der Mondbahn, welche durch $a > r$ bestimmt werden, und den Umfang der Erleuchtungsgränze auf einerley Seite gegen Morgen zweymal durchschneiden; folglich, vermöge der 1. Anm. auf der sich drehenden Erde beym Aufgang, und auf der ruhenden beym Untergang der Sonne.

3) Ist $a = b$, so ist $qt\sqrt{(b^2 - a^2)} = 0$, folglich $b^2 s = a^2 s = aqr$, demnach $as = qr$, (32. 36.)

42.

Exempel.

I. Anfang der Finsterniß $a = 0{,}18127$

log. t = log. cot. 73° 7′ 49″ =	9,4817951
log. q =	9,9971348
Ferner log. a =	9,2583259
log. r q =	19,9971348
log. a r q =	9,2554607
a r q =	0,18008

Auch

Auch ist log. cosec. 73° 7′ 49″ = 10,0191030
log. b^2 = 10,0382060
b^2 = 1,09195

Mithin für beyde Breiten (40)

log. a = 9,2583259
log. a^2 = 8,5166518

a^2 = 0,03286
b^2 = 1,09195

$b^2 - a^2$ = 1,05909
log.(b^2-a^2) = 10,0249332
log.$\sqrt{(b^2-a^2)}$ = 10,0124666

log. tq = 9,4789299

log.tq$\sqrt{(b^2-a^2)}$ = 9,4913965
Der Werth ± 0,31003
arq = 0,18008

I. 0,49011
II. — 0,12995

log. I = 9,6902936
log. b^2 = 10,0382060

log. sin. Lat. I = 9,6520876
Die erste Breite 26° 40′ 8″ nördl.

log. II. = 9,1138097
log. b^2 = 10,0382060

log. sin. Lat. II. = 9,0756037

Die andre Breite 6° 50′ 7″ südl.

Und für die Stundenwinkel nach (15.)

log. a = 9,2583259
log. nr = 19,5480351

log. anr = 8,8063610
anr = 0,06403

I. Breite 26° 40′ 8″ nördl.

log. c = 9,9511506
log. p = 9,0587644

log. cp = 9,0099150
log. n = 9,5480351
log. q = 9,9971348
log. s = 9,6520876

log. nqs = 9,1972575
nqs = 0,15749
anr = 0,06403

nqs—anr = 0,09346
log. (nqs — anr) = 8,9706258
log. cp = 9,0099150

log. sin. I. (H — A) = 9,9607108
= log. sin. 65° 59′ 39″

II. Breite 6° 50′ 7″ südl.

log. c = 9,9969022
log. p = 9,0587644

log. cp = 9,0556666
log. n = 9,5480351
log. q = 9,9971348
log. s = 9,0756037

log. nqs = 8,6207736
nqs = 0,04176
anr = 0,06403

anr+nqs = 0,10579 wegen —s
log. (anr+nqs) = 9,0244446
log. cp = 9,0556666

l. sin II. (H—A) = 9,9687780
= log. sin. 68° 32′ 1″

$65^\circ 59' 39''$	
180	
$H - A = 245\ 59\ 39$	$H - A = 68^\circ 32' 1''$
$+ A = 20\ 41\ 2$	$+ A = 20\ 41\ 2$
I. $H = 266\ 40\ 41$	II. $H = 89\ 13\ 3$
In Zeit $17^{St} 46' 43''$	In Zeit $5^{St} 56' 52''$

II. Centrale ringförmige Finsterniß.

$a = \delta = 0{,}77475$

$\log.\ a = 9{,}8891598$	$\log.\ a = 9{,}8891598$
$\log.\ a^2 = 9{,}7783196$	$\log.\ rq = 19{,}9971348$
$a^2 = 0{,}60023$	$\log.\ arq = 9{,}8862946$
$b^2 = 1{,}09195$	$arq = 0{,}76965$
$b^2 - a^2 = 0{,}49172$	
$\log.\ (b^2 - a^2) = 9{,}6917179$	$\log.\ I = 9{,}9916247$
$\log.\ \sqrt{(b^2 - a^2)} = 9{,}8458589$	$\log\ b^2 = 10{,}0382060$
$\log.\ tq = 9{,}4789299$	$\log.\ \text{sin. Lat. I}\ 9{,}9534187$
$\log.\ tq\sqrt{(b^2 - a^2)} = 9{,}3247888$	Die erste Breite $63^\circ 56' 5''$
Der Werth $\pm 0{,}21125$	$\log.\ II = 9{,}7469454$
$arq = 0{,}76965$	$\log.\ b^2 = 10{,}0382060$
I. $0{,}98090$	$\log\ \text{sin. Lat. II} = 9{,}7087394$
II. $0{,}55840$	Die andere Breite $30^\circ 45' 20''$

Für die Stundenwinkel.

$\log\ a = 9{,}8891598$

$\log.\ nr = 19{,}5480351$

$\log.\ anr = 9{,}4371949$

$anr = 0{,}27365$

I. Breite $63^\circ 56' 5''$	II. Breite $30^\circ 45' 20''$
$\log.\ c = 9{,}6428550$	$\log.\ c = 9{,}9341735$
$\log.\ p = 9{,}0587644$	$\log.\ p = 9{,}0587644$
$\log.\ cp = 8{,}7016194$	$\log.\ cp = 8{,}9929379$
$\log.\ n = 9{,}5480351$	$\log.\ n = 9{,}5480351$
$\log\ q = 9{,}9971348$	$\log.\ q = 9{,}9971348$
$\log.\ s = 9{,}9534187$	$\log.\ s = 9{,}7087394$
$\log.\ nqs = 9{,}4985886$	$\log.\ nqs = 9{,}2539093$
$nqs = 0{,}31520$	$nqs = 0{,}17944$
$anr = 0{,}27365$	$anr = 0{,}27365$
$nqs - anr = 0{,}04155$	$anr - nqs = 0{,}09421$
$\log.\ (nqs - anr) = 8{,}6185710$	$\log.\ (anr - nqs) = 8{,}9740970$
$\log.\ cp = 8{,}7016194$	$\log.\ cp = 8{,}9929379$
$\log.\ \text{sin.}\ I(H-A) = 9{,}9169516$	$\text{l.sin.}\ II(H-A) = 9{,}9811591$
$= \log.\ \text{sin.}\ 55^\circ 41' 4''$	$= \log.\ \text{sin.}\ 73^\circ 14' 41''$

55°

	55°41′ 4″		
	180		
H — A =	235 41 4	H — A =	73°14′41″
+ A =	20 41 2	+ A =	20 41 2
I H =	256 22 6	II H =	93 55 43
In Zeit	17^{St} 5 28	In Zeit	6^{St} 15 43

43.

Anmerkung. Wenn die Abweichung der Sonne o ist: so wird aus der Gleichung $b^2 s = aqr \pm ql\sqrt{(b^2 - a^2)}$, weil $q = r$ ist, $b^2 s = ar^2 \pm qt\sqrt{(b^2 - a^2)}$.

44.

Nachricht. Weil alle Oerter, die einerley Breite haben, einerley Parallelkreis beschreiben: so ist klar, daß, wenn man auf einer jeden von den Linien NP einen Punct F annimmt, welcher der Durchschnitt eines Parallelkreises und eines Stundenkreises sey, alle Oerter, die unter diesem Parallelkreise liegen, nach und nach durch diesen Punct F gehen werden, wenn in Beziehung auf sie, die durch diesen Stundenkreis bezeichnete Stunde seyn würde. Wenn man also von diesem Punct auf der Linie NP einen Perpendikel zieht, welcher auf einen Punct D in der Projection LT der scheinbaren Bahn des Mittelpuncts des Monds trift: so wird in dem Augenblick, in welchem der Mittelpunct des Monds sich im Punct D projiciren wird, der Ort, der sich im Punct F befinden wird (2) die mit der Linie NP übereinstimmende Phase sehen. Wir wollen ein Verfahren mittheilen, wie die Länge dieses Orts zu bestimmen sey.

45.

Aufgabe. Ein Parallelkreis und ein Stundenkreis sind gegeben, welche einander in einem Punct F auf einer durch einen Werth von a bestimmten geraden Linie NP durchschneiden: man will wissen, zu welcher Zeit der Neumond unter allen Oertern an demjenigen eintreffe, der in diesem Parallelkreise liegt, und in solcher Lage die mit NP übereinstimmende Phase sieht.

Auflösung. Es sey Fig. 13. $GN = a$, $GT = \delta$, $\sin. GTL = \sin. PNT = \varphi$, $\sin. NTP = \omega$, $\sin. LGT = \chi$, $\sin. GLT = \psi$. Im Dreyeck GLT [1] ist $\psi : \delta = \chi : LT$, mithin $LT = \frac{\delta\chi}{\psi}$: im rechtwinklichtem Dreyeck NPT [1] ist $r : a - \delta = \omega : NP$, mithin $NP = (a - \delta)\frac{\omega}{r}$. Fällt man von F auf den allgemeinen Mittagskreis den Perpendikel FM, so ist in dem rechtwinklichten Dreyeck MNF [1], $\varphi : y = r : NF$, oder $\varphi : \frac{cg}{r} = r : NF$, und also $NF = \frac{cg}{\varphi}$. Allein DL [1] $= FN - NP - LT$, mithin $DL = \frac{cg}{\varphi} - (a - \delta)\frac{\omega}{r} - \frac{\delta\chi}{\psi}$. Nennt man nun η das Stücke der Linie TL, welches der Mittelpunct des Monds in 1 Stunde oder 3600″ durchläuft, und γ die Anzahl von Secunden, die er durch DL zu laufen anwendet, so wird seyn:

$$\eta : 3600'' = \frac{cg}{\varphi} - (a - \delta)\frac{\omega}{r} - \frac{\delta\chi}{\psi} : \gamma$$

folglich $$\gamma = \frac{3600\,cg}{\eta\varphi} - \frac{3600\,a\omega}{\eta r} + \frac{3600\,\delta\omega}{\eta r} - \frac{3600\,\delta\chi}{\eta\psi}$$

Man weiß also die Anzahl von Zeitsecunden, welche vom Augenblick der Conjunction verflossen sind, und außerdem weiß man, welche Stunde es in Beziehung auf den Ort sey; folglich wird man finden, zu welcher Zeit in Beziehung auf diesen Ort die Conjunction geschehe.

1)

1) Im Dreyeck GLT ist sin. GLT : GT = sin. LGT : LT
Im rechtw. Dr. NPT ist sin. tot. : NT = sin. NTP : NP
Im rechtw. Dr. MNF ist sin. FNM : FM = sin. tot. : NF

2) Die Figur zeigt, daß, wenn in L die Conjunction ist, es drey Fälle gebe.
Vor der Conjunction $D'L = D'T + TL = F'N' - N'P' + TL$
$D''L = TL - DT = TL - F''N'' - N''P''$
Nach der Conjunction $DL = TD - TL = FN - NP - TL$

46.

Anmerkung. Die ursprüngliche Voraussetzung ist 1) für ω und t einerley, 2) für χ, daß die Sonne sich dem Nordpol nähere, und 3) für γ, daß die Conjunction geschehen sey.

1) Daß nemlich der Winkel GTL ein spitziger sey, indem er in Figur 7. 8. auch ein stumpfer seyn kann.

2) Ueberhaupt, daß die Sonne eine nördliche Abweichung habe, im 4 - 9ten, in den 3 letzten auf- und in den 3 ersten absteigenden Zeichen.

3) Die übrigen Fälle zeigt die 2. Anm. zu (45) an.

4) Uebrigens sind die hieher gehörigen beständigen Logarithmen folgende:

Stündliche Bewegung des ☾ in der Bahn	29′ 43″,4
— — der Sonne	2 25 ,6
Stündliche Bewegung des ☾ von der ☉	27 17 ,8 = 1637″,8

Demnach für den log. ν nach (1) Anm. 6.

log. r + log. 1637,8 =	13,2142609
log. der Horiz. Parall.	3,5110541
log. ν =	9,7032068

Ferner log. φ = 9,9808970	= log. sin. 73° 7′ 49″	= log. sin. GTL
log. χ = 9,5844273	= log. sin. 22 35 13	= log. sin. LGT
log. ψ = 9,9978342	= log. sin. 84 16 58	= log. sin. TLG
log. ω = 9,4626921	= log. sin. 16 52 11	= log. sin. NTP
log. δ = 9,8891598		
log. 3600 = 3,5563025		

5) Auch kann man, um die Rechnung zu erleichtern, noch folgende zwey Logarithmen suchen.

$$\log.\left(cg \times \frac{3600}{\eta\,\phi}\right) = \log.cg + \log.\frac{3600}{\eta\,\phi}$$

$$\begin{aligned}
\log.\ \eta &= 9{,}7032068 \\
\log.\ \phi &= 9{,}9808970 \\
\hline
\log.\ \eta\,\phi &= 9{,}6841038 \\
\log.\ 3600 &= 3{,}5563025 \\
\hline
\log.\ \frac{3600}{\eta\,\phi} &= 3{,}8721987
\end{aligned}$$

$$\log.\left(a \times \frac{3600\,\omega}{\eta\,r}\right) = \log.a + \log.\frac{3600\,\omega}{\eta\,r}$$

$$\begin{aligned}
\log.\ 3600 &= 3{,}5563025 \\
\log.\ \omega &= 9{,}4626921 \\
\hline
\log.\ 3600\,\omega &= 3{,}0189946 \\
\log.\ \eta\,r &= 9{,}7032068 \\
\hline
\log.\ \frac{3600\,\omega}{\eta\,r} &= 3{,}3157878
\end{aligned}$$

6) Demnach folgende zwey beständige Werthe:

$$\begin{aligned}
\log.\ \varkappa &= 9{,}5844273 \\
\log.\ \delta &= 9{,}8891598 \\
\log.\ 3600 &= 3{,}5563025 \\
\hline
& \ 3{,}0298896 \\
\log.\ \eta &= 9{,}7032068 \\
\log.\ \psi &= 9{,}9978342 \\
\hline
& \ 9{,}7010410 \\
\hline
& \ 3{,}3288486
\end{aligned}$$

$$\frac{3600\,\varkappa\,\delta}{\eta\,\psi} = 2132'' = 35'\ 32''$$

$$\begin{aligned}
\log.\ \delta &= 9{,}8891598 \\
\log.\ \frac{3600\,\omega}{\eta\,r} &= 3{,}3157878 \\
\hline
& \ 3{,}2049476
\end{aligned}$$

$$\frac{3600\,\delta\,\omega}{\eta\,r} = 1603'' = 26'\ 43''$$

47.

Exempel. Ich nehme an, daß (den 5. Sept. 1793) alle Oerter, die unter einem nördlichen Parallelkreise von (52° 31′ 30″) liegen, um (1^{u} 4′ 3″) durch die Projection der Bahn des Mittelpuncts des Monds gehen, und verlange zu wissen, zu welcher Zeit die Conjunction in Beziehung auf denjenigen Ort eintreffen werde, welcher unter allen diesen Oertern sich daselbst in einerley physischem Augenblick mit dem Mittelpunct des Monds befinden wird, folglich für welchen in diesem Augenblick die Finsterniß central seyn wird.

Auflösung. Weil $a = \delta$ so heben sich beyde Glieder $\frac{3600\,a\,\delta}{\eta\,r}$ und $\frac{3600\,\delta\,\omega}{\eta\,r}$ einander auf.

*) Man

*) Man suche also $c\,g \times \frac{3600}{n\,\varphi}$, und zwar:

log. c = log. cos. 52°31′30″ = 9,7842001
log: g = log. sin. 16° 0′45″ = 9,4406683

$\log. \frac{3600}{n\,\varphi} = 3{,}8721987$

3,0970671

Demnach hier D″T = 1250″ = 20′ 50″
LT = 2132 = 35 32

LD″ = 882 = 14 42
Zeit nach Berliner Uhr 1U 4 3

Neumond zu Berlin 49 21
In der vorläufigen Einleitung 49 28

Item: aus (42. II.)

I. Breite	63°56′ 5″	II. Breite	30°45′ 20″
Zeit	17St 5 28	Zeit	6St15 43
Stundenw.	256°22 4	Stundenw.	93°55 45
	76 22 4		86 4 15
log. g =	9,9875896	log. g =	9,9989780
log. c =	9,6428550	log. c =	9,9341735
log. const. =	3,8721987	log. const. =	3,8721987
=	3,5026433	=	3,8053502
DT = 3182″ =	0h53′ 2″	DT = 6388″ =	1h46′28″
+ TL = 2132 =	35 32	− TL = 2132 =	35 32
+ DL = 5314 =	1 28 34	− DL = 4256 =	1 10 56
	17 5 28		6 15 43
Zeit der Conjunction	18 34 2	Zeit der Conj. Nachm.	5 4 47
Vorm. um	6 34 2		

48.

Anmerkung. Die Länge eines Orts bestimmen, ist nichts anders, als festsetzen, was für eine Stunde man daselbst im Augenblick der Conjunction zähle.

Aus

Aus den Exempeln (47)

Zu Berlin wird die Conjunction seyn um	$0^{U}49'21''$	
zu Breslau um	1 4 3	
Folglich liegt Berlin gegen Abend um	14 42	in Zeit.
In Graden	$3^{\circ}40$ 30	
Nach Herrn Bodes Eph. 1784. S. 99 Länge	31 2 30	
Länge von Breslau	34 43 0	
Die richtigere ist	34 45 0	

Item:

I. Zeit der Conj.	— $18^{U}34'$ $2''$	II. Zeit der Conj.	5^{U} $4'$ $47''$
Zu Breslau	1 4 3	Zu Breslau	1 4 3
Untersch. in Zeit	6 30 1	Untersch. in Zeit	3 0 44
In Graden	$97^{\circ}30$ 15	In Graden	$60^{\circ}11$ 0
Länge von Bresl.	— 34 45 0	Länge von Bresl.	+ 34 45 0
	62 45 15	Länge des II. Orts	94 56 0
Länge des I. Orts	297 14 45	Breite	30 45 20
Breite	63 56 5		
In der Hudsons-Bay.		In Ostindien nordwärts Serinde.	

Hieraus folgt für den Anfang und das Ende der centralen ringförmigen Finsterniß nach Breslauer Uhr.

Conjunct. zu Breslau	1^{U} $4'$ $3''$	Conj. zu Breslau	1^{U} $4'$ $3''$
DL in Zeit	— 1 28 34	DL in Zeit	+ 1 10 56
Anfang um	11 35 29	Ende um	2 14 59

49.

Bemerkung. Wenn ein Parallelkreis und ein Stundenkreis gegeben sind, die sich Fig. 13. in einem Punct F auf einer Linie NP durchschneiden: so haben wir gesehen, wie man von allen Oertern, welche durch diesen Punct F gehen, die Länge desjenigen finde, welcher die mit der Linie NP übereinstimmende Phase sieht. Diese Phase wird von den Astronomen für die größte, in Beziehung auf diesen Ort, gehalten, weil der Unterschied zwischen dieser Phase, und der-

derjenigen, welche daselbst wirklich die größte ist, wenig beträgt. [1] Folglich drückt in Beziehung auf diesen Ort, die Gleichung $cgt - chp + qrs - ar^2 = 0$ die Verhältniß zwischen seiner Breite, seiner größten Phase, und seinem Stundenwinkel im Augenblick dieser größten Phase aus. Mithin wenn von diesen vier Dingen, [2] der Breite eines Orts, seiner Länge, seiner größten Phase und seinem Stundenwinkel im Augenblick dieser größten Phase, zwey bekannt sind: so bestimmen zwey bekannte, die übrigen beyden, bloß ausgenommen, daß die Länge nicht ein Gegebnes sey. Man weiß aber, daß vier Dinge sich auf sechserley Art zu zweyen combiniren lassen. [2] Folglich giebt es sechs Methoden, um sich einen Entwurf über die Umstände einer Finsterniß zu machen. Nemlich 1) man kann die Phase geben, und man verlangt die Breite nebst der Länge für aufeinander folgende Stundenwinkel, oder die Länge und Stundenwinkel für verschiedene Breiten. 2) Man kann die Stundenwinkel geben, und man verlangt die Breite und Länge, welche verschiedenen Phasen zuspricht, oder die Längen und Phasen, welche den Breiten zusprechen. 3) Man kann die Breite geben, und man verlangt die Stundenwinkel und Längen für verschiedene auf einander folgende Phasen, oder die Phasen und Längen, welche jedem dieser Winkel zusprechen.

1) Wegen Zunahme des scheinbaren Durchmessers des Monds über dem Horizont, beträgt, für dessen beyläufige Höhe von 45°, hier die Zunahme 19″, folglich dessen sichtbarer Durchmesser 29′ 52″.

2) Wenn diese 4 Dinge a, g, s, l heißen: so sind die 6 möglichen Combinationen as, ag, al, sg, sl, gl. Nun kann l nicht gegeben seyn; folglich ergeben sich als mögliche Aufgaben:

I. Gegeben,	I. Gesucht.	II. Gegeben,	II. Gesucht.	III. Gegeben,	III. Gesucht.
(a) g	s, l	(g) a	s, l	(s) a	g, l
(a) s	g, l	(g) s	a, l	(s) g	a, l

50.

Bemerkung. Wir haben gesagt, daß die Länge eines von den gegebenen Stücken nicht seyn könne, weil, wenn die Länge bekannt ist, es keine directe Methode giebt, um daraus etwas zu schließen. Weil also ein besonderer Ort ohne seine Länge nicht bestimmt werden kann: so folgt daraus, daß es keine directe Methode gebe, um eine Finsterniß für einen gegebenen besondern Ort zu berechnen. Um dieses zu ergänzen, kann man zu einer indirecten Methode seine Zuflucht nehmen, welche wir durch ein Exempel erläutern wollen.

Exempel. Man will den Augenblick und die Größe der größten Phase (zu Breslau) für die Finsterniß (1793 den 5. Sept.) suchen. Da die Conjunction um ($1^u\ 4'\ 3''$) seyn wird, und die größte Phase immer um den Augenblick der Conjunction eintrift: so sehe ich, daß die größte Phase um ($0^u\ 40'$) eintreffen werde. Ich suche die Länge des Orts, der unter dem Parallelkreise von ($51^\circ\ 6'\ 30''$) um ($0^u 40'$) die größte Phase sehen wird, und finde sie ($30'\ 45''$) gegen Morgen. Ich schließe hieraus, daß zu (Breslau) der Augenblick der größten Phase etliche Minuten (später) eintreffen werde. Ich mache den Versuch mit den (nachfolgenden) Minuten, und finde, daß die Länge o mit ($0^u\ 43'\ 4''$) übereinkomme, und bey einer nördlichen Phase von (X Zoll 51 Minuten).

*) Vorstehendes ist des Verfassers wörtlicher Unterricht mit Anwendung auf diese Finsterniß. Die leichte Rechnung ist nach (47) folgende: Weil $\log. \frac{3600\ cg}{\eta\ \phi} = \log.\ g + \log. \frac{3600\ c}{\eta\ \phi}$: so suche man für etliche g zuerst aus:

$$\log.\ c = 9{,}7978558$$

$$\log. \frac{3600}{\eta\ \phi} = 3{,}8721987 \quad \text{(47. Anm.)}$$

$$\log.\ \text{const.} \quad 3{,}6700545$$

welcher nur zu dem jedesmaligen log. g addirt werden darf, um den Werth von DT in Zeit zu erhalten.

I. Zeit

I. Zeit	$0^u\ 40'\ 0''$	II. Zeit	$0^u\ 42'\ 0''$
Stundenwinkel	10° 0 0	Stundenwinkel	10° 30 0
log. g =	9,2396702	log. g =	9,2606330
log. const. +	3,6700545	log. const. +	3,6700545
	2,9097247		2,9306875
— DT = 812″ =	13′ 32″	— DT = 852″ =	14′ 12″
TL = 2132 =	35 32	TL = 2132 =	35 32
DL = 1320 =	22 0	DL = 1280 =	21 20
Gegebene Zeit =	0^u 40 0		0^u 42 0
	1 2 0		1 3 20
Conjunction	1 4 3		1 4 3
Untersch. in Zeit	2 3		43
Der Längen	20 45	Untersch. der Längen	10 45

III. Zeit	$0^u 43'\ 0''$	IV. Zeit	$0^u 43\ '3''$
Stundenwinkel	10°54 0	Stundenwinkel	10 45 45
log. g =	9,2707348	log. g =	9,2712335
log. const. +	3,6700545	log. const. +	3,6700545
	2,9407893		2,9412880
— DT = 872″ =	14′ 32″	873″ =	14′ 33″
TL = 2132 =	35 32	2132 =	35 32
DL = 1260 =	21 0	1259 =	20 59
	0^u43 0		0^u43 3
	1 4 0		1 4 2
	1 4 3		1 4 3
Untersch. in Zeit	3		1
der Längen	45	Untersch. der Längen	15

Demnach	$0^u 43'\ 4''$
Stundenwinkel	10°46 0
log. g =	9,2713997
log. const. +	3,6700545
	2,9414542
— DT = 873″ =	14′ 33″
TL = 2132 =	35 32
DL = 1259 =	20 59
	0^u43 4
	1 4 3
Conjunct. zu Br.	1 4 3
Unterschied	0

Mit-

Mithin für die Phase selbst nach (21. 22)

Breite	51° 6′ 30″
Zeit	$0^{St}43$ 4
H =	10° 46 0
A =	20 41 2
— (H — A) =	9 55 2
log. sin. (A — H) =	9,2360966
log. $\frac{cp}{nr}$ =	9,3085851 (21) Anm. 3)
	8,5446817
Das Product	0,03505
$\frac{qs}{r}$ =	0,77322
a =	0,73817
z =	0,77475
z — a =	0,03658
(log. z — a) =	8,5632437
log. const. —	6,5080489 (6. Anm. 4.)
log. des astr. W.	2,0551948
	113″,55
Halbm. des Halbsch.	1842,30
Größe der Finsterniß	1728,75 und nach (4. Anm. 6)
log. 1728,75 =	3,2377323
log. 720 =	2,8573325
	6,0950648
log. 1912 =	3,2814879
log. 651 =	2,8035769

Größte Finsterniß zu Breslau X Zoll 51 Min. um $12^{u}43'$ 4″ Nachm.
Nach (16) der vorläufig. Einl. X — 51 — — 12 44 35 —

Diese Methode ist ohngleich kürzer, als diejenige, nach welcher die größte Finsterniß zu berechnen, sogleich wird gewiesen werden.

Zusatz

Zusatz

zu

der Abhandlung

von

den Sonnenfinsternissen.

Aufgabe. Wenn die Breite eines Orts A nebst dessen Stundenwinkel gegeben sind, die Verhältniß der Entfernung der Mittelpuncte der Sonne und des Monds, wie sie daselbst gesehen wird, zu der wirklichen Entfernung des Mittelpunkts des Monds vom allgemeinen Mittagskreis zu finden.

Auflösung. Es sey Fig. 13. K die Projection des Mittelpuncts des Monds in dem gegebenen Augenblicke. Vom Punct F, welchem der Ort A zuspricht, fälle man

auf KT den Perpendikel FD, und ziehe KF. Vermöge der Voraussetzung wissen wir $DF = TP = \frac{a\varphi - \varphi\delta}{r}$ (5) und $DT = \frac{cg}{\varphi} - \frac{a\omega}{r} + \frac{\delta\omega}{r}$ (45).[1] KF wird die Entfernung der Sonne und des Monds seyn, und KT die Entfernung des Monds vom Mittagskreise. Nun ist in dem rechtwinklichten Dreyeck KDF, $KFq - DFq = (KT - DT)q$; folglich u. s. f.[2]

1) Für südliche Phasen ist $TP = f = \frac{a - \delta}{r} \times \varphi$, mithin $\frac{f}{\varphi} = \frac{a - \delta}{r}$

— nördliche — ist $TP' = f = \frac{\delta - a}{r} \times \varphi$, — $\frac{f}{\varphi} = \frac{\delta - a}{r}$

Daher für südl. Phasen $DT = \frac{cg}{\varphi} - \frac{a - \delta}{r} \times \omega = \frac{cg}{\varphi} - \frac{f\omega}{r} = \frac{cg - f\omega}{\varphi}$

— — nördl. — $D'T = \frac{cg}{\varphi} - \frac{\delta - a}{r} \times \omega = \frac{cg}{\varphi} - \frac{f\omega}{r} = \frac{cg - f\omega}{\varphi}$

Man setze also $DT = b$, $KT = e$, $LK = d$. Auch ist $LT = \frac{\delta\chi}{\psi}$ (45)

Mithin für südliche Phasen $KT = KL + LT$ oder $e = d + \frac{\delta\chi}{\psi}$

— — nördliche — $K'T = K'L - LT$ oder $e = d - \frac{\delta\chi}{\psi}$ auch

$K''T = LT - K''L$ oder $e = \frac{\delta\chi}{\psi} - d$

2) Da nun $KFq - DFq = KDq = (KT - DT)q$

so ist $KFq = DFq + (KT - DT)q$

$= f^2 + (e - b)^2$

$KF = \sqrt{(f^2 + \overline{e - b}^2)}$

Anmerkung. Die ursprüngliche Voraussetzung für KT ist, daß der Mond schon durch den allgemeinen Mittagskreis gegangen sey; für DT, daß der Punct D eben so von diesem Mittagskreise liege, und für KT — DT, daß die Mittelpuncte der Sonne und des Monds sich von einander entfernen. Ist die Entfernung dieser Mittelpuncte der Summe der Halbmesser gleich: so fängt die Finsterniß sich an, oder endigt sich. Wir bemerken, daß die

Ent-

Entfernung der Mittelpuncte (4) die Phase bestimme, und daß der Weg des Monds (48) die Länge gebe. Ist KT = DT: so ist die Phase die größte, welche an dem gegebenen Ort kann gesehen werden.

*) Hat man durch vorläufige Versuche die Gränzen der Zeiten gefunden: so ist die hieher gehörige nachstehende Rechnung auf zwey Seiten gar nicht so gefährlich, als sie aussieht. Es wird bloß aus der Abhandlung folgendes vorausgesetzt:

1) log. $\frac{cp}{nr}$ und $\frac{qs}{r}$ aus (21) mit der gehörigen Anwendung, nachdem sin. (H — A) bejahend oder verneinend ist.

2) Man suche einen beständigen Logarithmus der zum Logarithmus der Zeitsecunden zu addiren ist, um den Logarithmus des arithmetischen Werths von d zu erhalten. Es ist nemlich Mot. hor. ☾ a ☉ = 1637″,8. Die gegebene Zwischenzeit sey t: so ist:

1 St. : 1637,8 = t : astr. Werth.

Allein Parall. : r = astr. Werth : arithm. Werth.

Folglich Parall. × 1 St. : 1637,8 × r = t : arthm. Werth, und also

$$\text{log. des arithmetischen Werths} = \text{log. } t + \text{log. } \frac{r \times 1637{,}8}{3600 \times 3243{,}8}$$

log. r + log. 1637,8	=	13,2142609
log. 3600	=	3,5563025
log. 3243,8	=	3,5110541
	—	7,0673566
Logarithm. für den arithm. Werth	+	6,1469043

3) Aus (46. Anm.) findet man

log. 8χ	=	9,4735871
log. ψ	=	9,9978342
		9,4757529

$$\frac{8\chi}{\psi} = 0{,}29906$$

4) Für südliche Phasen ist $d + \frac{8\chi}{\psi}$, für nördliche $\pm\left(d - \frac{8\chi}{\psi}\right)$ zu nehmen.

5) Eben so für positive Differenzen $\pm(8 + a)$ und $\pm(b - e)$, nachdem das eine größer, als das andere ist.

	d. 4 23 U. 8′	d. 4. 23 U. 10′	d. 5 0 U. 41′
Stundenwinkel H =	347° 0′ 0″	347° 30′ 0″	10° 15′ 0″
A =	20 41 2	20 41 2	20 41 2
H — A =	326 18 58	326 48 58	— 10 26 2
Supplement	33 41 2	33 11 2	
log. sin. (H — A) =	9,7439880	9,7382476	9,2579205
Nach (21) + log. (cp : nr) =	9,3085851	9,3085851	9,3085851
log. nachstehendes Products	9,0525731	9,0468327	8,5665056
(cp : nr) × (gm — hn) : r =	—0,11287	—0,11139	—0,03686
Nach (21) qs : r =	0,77322	0,77322	0,77322
a =	0,66035	0,66183	0,73636
Zeit in L	$1^U\ 4'\ 3''$	$1^U\ 4'\ 3''$	$1^U\ 4'\ 3''$
in K	23 8 0	23 10 0	0 41 0
Zwischenzeit	1 56 3	1 54 3	23 3
in Secunden	6963	6843	1383
log. dieser Zahl	3,8427964	3,8352465	3,1408222
log. für d. arithm. Werth +	6,1469043	6,1469043	6,1469043
log. d =	9,9897007	9,9821508	9,2877265
KL = d =	0,97656	0,95973	—0,19397
LT = δχ : ψ =	—0,29906	—0,29906	0,29906
d — (δχ : ψ) = e =	0,67750	0,66067	0,10509
δ =	0,77475	0,77475	0,77475
a =	0,66035	0,66183	0,73636
δ — a =	0,11440	0,11292	0,03839
log. (δ — a) =	9,0584260	9,0527709	8,5842181
+ log. φ =	9,9808970	9,9808970	9,9808970
log. f =	9,0393230	9,0336679	8,5651151
+ log. ω =	9,4626921	9,4626921	9,4626921
log. fω =	8,5020151	8,4963600	8,0278072
fω =	0,03177	0,03136	0,010661
log. H = log. g =	9,3520880	9,3353368	9,2502822
+ log. c =	9,7978558	9,7978558	9,7978558
log. cg =	9,1499438	9,1331926	9,0481380
cg =	0,14124	0,13589	0,11172
fω =	0,03177	0,03136	0,01066
cg — fω =	0,10947	0,10453	0,10106
log. (cg — fω) =	9,0392951	9,0192410	9,0045793
— log. φ =	9,9808970	9,9818970	9,9808970
log. b =	9,0583981	9,0383440	9,0236823
b =	—0,11439	—0,10923	0,10561
e =	0,67750	0,66067	—0,10509
e — b =	0,56311	0,55144	0,00052
log. (e — b) =	9,7505932	9,7414983	6,7160033
log. $(e — b)^2$ =	9,5011864	9,4829966	3,4320066
$(e — b)^2$ =	0,31709	0,30409	0,0000003
log. f =	9,0393230	9,0336679	8,5651151
log. f^2 =	8,0786460	8,0673358	7,1302302
f^2 =	0,01198	0,01168	0,0013497
+ $(e — b)^2$ =	0,31709	0,30409	0,0000003
KFq =	0,32907	0,31577	0,0013500
log. KFq =	9,5172883	9,4993709	7,1303338
log. KF =	9,7586441	9,7496854	8,5651669
— log. (r : Parall.) =	6,4889459	6,4889459	6,4889459
log. des astronom. Werths	3,2696982	3,2607395	2,0762210
Entf. d. Mittelp. d. Sonne u. Mond	1860″,8 = 31′ 0″,8	1822″,8 = 30′ 22″,8	119″,2 = 1′ 59″,2

0U 42'	0U 43'	0U 44	2U 18'	2U 20'
10°30' 0''	10°45' 0''	11° 0' 0''	34°30' 0''	35° 0' 0''
20 41 2	20 41 2	20 41 2	20 41 2	20 41 2
− 10 11 2	− 9 56 7	− 9 41 2	13 48 58	14 18 58
9,2475018	9,2368186	9,2258574	9,3780462	9,3931740
9,3085851	9,3085851	9,3085851	9'3085851	9,3085851
8,5560869	8,5454037	8,5344425	8,6866313	8,7017591
−0,03598	−0,03511	−0,03423	+0,04860	+0,05032
0,77322	0,77322	0,77322	0,77322	0,77322
0,73724	0,73811	0,73899	0,82182	0,82354
1U 4' 3''	1U 4' 3''	1U 4' 3''	− 1U 4' 3''	− 1U 4' 3''
0 42 0	0 43 0	0 44 0	2 18 0	2 20 0
22 3	21 3	20 3	1 13 57	1 15 57
1323	1263	1203	4437	4557
3,1215598	3,1014034	3,0802656	3,6470894	3,6586790
6,1469043	6,1469043	6,1469043	6,1469043	6,1469043
9,2684641	9,2483077	9,2271699	9,7939937	9,8055833
−0,18555	−0,17714	−0,16872	+0,62229	+0,63912
0,29906	0,29906	0,29906	0,29906	0,29906
0,11351	0,12192	0,13034	0,92135	0,93818
0,77475	0,77475	0,77475	−0,77475	−0,77575
0,73724	0,73811	0,73899	0,82182	0,82354
0,03751	0,03664	0,03576	0,04707	0,04879
8,5741471	8,5639555	8,5533975	8,6727442	8,6883308
9,9808970	9,9808970	9,9808970	9,9808970	9,9808970
8,5550441	8,5448525	8,5342945	8,6536412	8,6692278
9,4626921	9,4626921	9,4626921	9,4626921	9,4626921
8,0177362	8,0075446	7,9969866	8,1163333	8,1319199
0,010417	0,010175	0,009930	0,013072	0,01355
9,2606330	9,2707348	9,2805988	9,7531280	9,7585913
9,7978558	9,7978558	9,7978558	9,7978558	9,7978558
9,0584888	9,0685906	9,0784546	9,5509838	9,5564471
0,11442	0,11711	0,11980	0,35562	0,36012
0,01041	0,01017	0,00993	0,01307	0,01355
0,10401	0,10694	0,10987	0,34255	0,34657
9,0170751	9,0291402	9,0408791	9,5347240	9,5397910
9,9808970	9,9808970	9,9808970	9,9808970	9,9808970
9,0361781	9,0482432	9,0599821	9,5538270	9,5588940
−0,10869	−0,11175	−0,11481	−0,35795	−0,36216
0,11351	0,12192	0,13034	0,92135	0,93818
0,00482	0,01017	0,01553	0,56340	0,57602
7,6830470	8,0073210	8,1911715	9,7508168	9,7604376
5,3660940	6,0146420	6,3823430	9,5016336	9,5208752
0,0000232	0,0001034	0,0002412	0,31742	0,33180
8,5550441	8,5448525	8,5342945	8,6536412	8,6692278
7,1100882	7,0897050	7,0685890	7,3072824	7,3384556
0,0012885	0,0012295	0,0011711	0,00203	0,00218
0,0000232	0,0001034	0,0002412	0,31742	0,33180
0,0013117	0,0013329	0,0014123	0,31945	0,33398
7,1178345	7,1247976	7,1499270	9,5044029	9,5237205
8,5589172	8,5623988	8,5749635	9,7522014	9,7618602
6,4889459	6,4889459	6,4889459	6,4889459	6,4889459
2,0699713	2,0734529	2,0860176	3,2632555	3,2729143
117'',5 = 1'57'',5	118'',4 = 1'58'',4	121'',9 = 2'1'',9	1833'',4 = 30'33'',4	1874'',6 = 31'14'',6

Hieraus folgt, verglichen mit der Summe der Halbmesser der Sonne und des Monds = 30′ 42″,3, durch Einschalten.

31′ 0″,8	31′ 0″,8	11^u 8′ 0″
30 22 ,8	30 42 ,3	11 10 0
38 ,0 :	18 ,5 =	2 0 : 58″

Anfang um 11^u 8′ 58″
Nach (16) der vorläufig. Einleit. 11 11 10
Nach Herrn Bode 11 9 0

Ferner	30′ 33″,4	30′ 33″,4	2^u18′ 0″
	31 14 ,6	30 42 ,3	2 20 0
	41 ,2 :	8 ,9 =	2 0 : 26″

Ende um 2^u18′ 26″
Nach (16) der vorläufig. Einl. 2 15 40
Nach Herrn Bode 2 24 0
Mithin die Dauer 3^{St} 9 28
3 4 30
3 15 0

Für die größte Verfinsterung und deren Augenblick findet man hier, nach Herrn D. Reccards Unterricht in der Abhandlung von der Sonnenfinsterniß 1761. S. 86. 87, wie folgt:

0^u41′ 0″	119″,2	0^u43′ 0″	118,4
0 42 0	117 ,5	0 44 0	121,9
m = 60	a = 1,7	m = 60	b = 3,5
	b = 3,5		
	a + b = 5,2		

a + b : a = m : x
5,2 : 1,7 = 60 : 20
0 42 0
Zeit 0 42 20
m : a = y :
60 : 1,7 = 40 : 1,1
117,5
116,4

a + b : b = m : y
5,2 : 3,5 = 60 : 40
0 42 0
0 42 20
m : b = x :
60 : 3,5 = 20 : 1,1
118,4
117,3

Aus

Aus beiden das Mittel		116,8			
Summa der Halbmesser		1842,3			
Größe der Finsterniß		1725,5			
log. 1725,5 = 3,2369150					
log. 720 = 2,8573325					
		6,0942475			
log. 1912 = 3,2814879					
		2,8127596			
650	= X Zoll	50 Min.	Zeit		$0^{u} 42' 20''$
Berechnet (50)	X	— 51	—	—	0 43 4
Nach der Zeichnung	X	— 51	—	—	0 44 35
Nach Herrn Bode	X	— 45	—	—	0 48 0

Bemerkung. Um Bedeckungen der Fixsterne zu berechnen, sind die Methoden durchaus mit denjenigen einerley, welche bey Sonnenfinsternissen gebraucht werden. Ich betrachte den Stern als eine Sonne, und stelle mir in dessen Mittelpunct einen Beobachter vor, welcher den Mond in seiner Bahn fortrücken sieht, während dem die Erde ihre tägliche Umwälzung macht. Durch die Mittelpuncte des Sterns und der Erde lege ich eine Ebene, welche mir die Ecliptic vorstellt, und die man aus dieser Ursache die Ecliptik des Sterns nennen kann; und weil durch zwey Puncte niemals eine Ebene bestimmt wird: so ist klar, daß hierzu unendlich viele Ebenen zu einerley Gebrauch geschickt sind. Der größten Leichtigkeit wegen, erwähle ich diejenige, welche mit der Ecliptik der Sonne in einer Entfernung von 90° vom Stern zusammen trift, oder welches auf einerley hinaus läuft, deren Winkel LBS Fig. 14 mit der Ecliptik der Sonne der Breite des Sterns SL gleich ist. Es hat wirklich diese Ebene das voraus, daß sie auf dem Breitenkreis des Sterns senkrecht steht. Nun geschieht die Conjunction, wenn die Mittelpuncte des Sterns, des Monds und der Erde in einerley Ebene liegen, die auf derjenigen Ebene senkrecht steht, welche man zur Ecliptik des Sterns erwählt hat. Folglich geschieht die Conjunction in Beziehung

hung auf diese besondere Ecliptik, wenn der Mond durch den Breitenkreis des Sterns geht, d. i. wenn Mond und Stern einerley Länge haben. Um die Lage dieser Ecliptik zu bestimmen, sey A ihr Durchschnitt mit dem Aequator, B ihr Durchschnitt mit der Ecliptik der Sonne, C der Durchschnitt der Ecliptik der Sonne mit dem Aequator. In dem sphärischen Dreyeck ABC, das man sich für jeden besondern Fall vorstellen wird *) weiß man den Winkel ABC, die Neigung der Ecliptik des Sterns gegen die Sonnenecliptik oder deren Supplement, den Winkel ACB die Schiefe der Sonnenecliptik oder ihr Supplement, und die zwischenliegende Seite CB, die Ergänzung der Länge des Sterns oder ihr Supplement. Man wird also die Lage des Sterns in seiner Ecliptik genau bestimmen können, d. h. die Größe der Neigung der Ecliptik des Sterns gegen den Aequator, den Ort des aufsteigenden Knotens beyder Kreise, und den Abstand des Sterns von diesem aufsteigenden Knoten.

Hierauf lege ich durch den Mittelpunct der Erde G, senkrecht auf die Ecliptik des Sterns, und auf die gerade Linie, welche die Mittelpuncte des Sterns und der Erde verbindet, eine Ebene AGOX, welche die Projectionsebene vorstellt **) durch den Punct G (auf der in der 5. Figur bemerk-

*) Der Verfasser hat bloß das Dreyeck ABC auf seiner Kupfertafel vorgestellt. Zu mehrerer Erläuterung kann die 14. Figur dienen, in welcher, nemlich für ihren Fall, P der Nordpol des Aequators QT, V der Nordpol der Ecliptik, EI, C der Herbstpunkt, mithin PQWT der Colur der Sonnenstände ist. Daher ist VW der Breitenkreis des Sterns S, PC ein Quadrant, dessen Abweichungskreis. Man lege durch den Stern S einen größten Kreis FH dergestalt, daß er die Ecliptik in einer Weite SB = 90° schneide: so ist dieser größte Kreis die Ecliptik des Sterns. Man findet daher in dem Dreyeck ABC, aus dem W. ACB, der Schiefe der Ecliptik, den W. ABC, dessen Maaß die Breite des Sterns SL ist, und der Seite CB, hier 90° — LC, den W. CAB, dessen Ergänzung SAC die Neigung der Ecliptik des Sterns gegen den Aequator ist, ferner A der Ort des Knotens und SA der Abstand des Sterns von dem Knoten.

**) Hieher gehört die 2. Figur. Man hat hier eine genauere Erläuterung des übrigen Vortrags des Verf. zu übergehen Ursache gehabt.

bemerkten Seite, wenn der Stern vom aufsteigenden Knoten seiner Ecliptik um weniger als 90°, oder um mehr, als 270°, nach der Ordnung der Zeichen entfernt ist, und auf der entgegengesetzten Seite, wenn er von ihm um mehr als 90° oder weniger als 270° entfernt ist) ziehe ich eine Linie GX, die mit der Linie AO einen Winkel macht, dessen Sinus sich zum Halbmesser verhält, wie der Cosinus des Winkels des Aequators mit der Ecliptik des Sterns zum Cosinus seiner Abweichung; woraus man sieht, daß dieser Winkel ein beständiger für alle Bedeckungen einerley Sterns sey. Diese Linie ist der Durchschnitt der Projectionsebene mit demjenigen Stundenkreise, der durch den Stern geht. Er stellt daher in Beziehung auf den Stern den allgemeinen Mittagskreis vor, und macht mit dem wahren Mittagskreise einen Winkel, welcher dem Unterschiede zwischen der Rectascension des Sterns und der Rectascension der Sonne gleich ist, und den man während der Bedeckung als einen beständigen betrachtet. Aus eben diesem Punkt G errichte ich über AO einen Perpendikel, auf welchem ich nordwärts, wenn der Mond mehr, als der Stern, gegen Norden liegt, und südwärts, wenn er mehr gegen Süden liegt, einen Punct L bemerke, so daß sich GX zu GL verhalte wie die Horizontalparallaxe des Monds zu seiner Höhe über der Ecliptik des Sterns im Augenblick der Conjunction; und man sieht, daß diese Höhe über der Ecliptik des Sterns gleich sey dem Unterschiede oder der Summe der Breite des Mondes und der Breite des Sterns, nach dem beyde Breiten gleich- oder ungleichnahmig sind. Durch den Punkt L ziehe ich die Projection LQ (der Bahn) des Mittelpuncts des Monds, deren Winkel mit der Linie GL gleich ist der Neigung der Mondbahn gegen den Breitenkreis im Augenblick der Conjunction. Dieser Winkel muß auf der in der 5. Figur bemerkten Seite spitzig seyn, wenn der Abstand des Monds von der Ecliptik des Sterns zunimmt, sofern er in Beziehung auf diesen Kreis nordwärts steht, oder abnimmt, wenn er südwärts steht; und auf der entgegengesetzten Seite, wenn die Voraussetzungen die entgegenge-

setzten sind, welches aus der Lage der Mondknoten zu schliessen ist. Durch den Durchschnitt T der Linien GX, LQ errichte ich auf LT einen Perpendikel, auf welchem ich auf beyden Seiten die Puncte P, p so nehme, daß sich GX zu TP oder Tp verhalte, wie die Horizontalparallaxe des Monds zu jedem Theile seines Halbmessers. Durch die Puncte P, p ziehe ich mit TL die Parallellinien PN, pn. Endlich beschreibe ich verschiedene Parallellkreise der Erde in Beziehung auf die Abweichung des Sterns. Vermittelst der vorhergehenden Methoden bestimme ich die Projection verschiedener Oerter in verschiedenen aufeinander folgenden Stunden, indem man dabey bemerkt, daß die Stundenwinkel die Abstände vom allgemeinen Mittagskreise des Sterns bedeuten, und man eine Reduction nöthig habe, um sie auf den allgemeinen Mittagskreis zu bringen. Vermittelst der stündlichen Bewegung des Monds und dem Augenblick seiner Conjunction erhalte ich für jeden Augenblick seine Lage gegen die Linie LT. In Beziehung auf jeden Ort fängt die Bedeckung an und endigt sich, wenn seine Projection vom Mittelpunct des Monds um eine Größe absteht, die dem Halbmesser des Monds gleich ist: das Mittel erfolgt, wenn beyde Puncte in einerley senkrechten Linie auf LT liegen. Die Augenblicke dieser Begebenheiten und der Abstand des Sterns vom Mittelpunct des Monds im Mittel der Bedeckung werden durch die nemlichen Methoden, wie bey den Sonnenfinsternissen, bestimmt.

Auszug

Auszug

aus

der Abhandlung

von

den Sonnenfinsternissen.

Erklärungen.

Ich nehme zum Sinus totus an den Unterschied der Horizontalparallaxen der Sonne und des Monds, und setze voraus, daß die Breite des Monds, folglich eben so seine zusammengesetzte stündliche Bewegung, sein Durchmesser, und der Durchmesser der Sonne entwickelt worden.

Ich nenne δ eine Größe, die sich zur Breite des Monds verhält, wie der Sinus der Neigung seiner Bahn gegen den Breitenkreis zum Sinus des Winkels dieser Bahn mit dem allgemeinen Mittagskreise.

Zwölf

Zwölf Zolle verhalten sich zur Anzahl der verfinsterten Zolle, wie der Durchmesser der Sonne zum Ueberschuß der Summe der Halbmesser der Sonne und des Monds über eine Größe, die ich f nenne.

Benennungen.

Es sey p der Sinus und q der Cosinus der Abweichung der Sonne, s der Sinus und c der Cosinus der Breite des Orts, g der Sinus und h der Cosinus seines Stundenwinkels im Augenblick der größten Phase, γ eine Anzahl von Secunden zwischen diesem Augenblick und dem Augenblick der Conjunction, φ der Sinus, ω der Cosinus und t die Cotangente des Winkels des allgemeinen Mittagskreises mit der Mondbahn, ψ der Sinus der Neigung dieser Bahn gegen den Breitenkreis, χ der Cosinus der Schiefe des allgemeinen Mittagskreises gegen die Ecliptik, η die zusammengesetzte stündliche Bewegung des Monds, und a eine solche Function der Breite des Orts und seines Stundenwinkels, daß $cgt - chp + qrs - ar^2 = o$ sey, oder $a =$

$$\frac{qs}{r} + \frac{cgt}{r^2} - \frac{chp}{r^2}.$$

Aufgabe.

Wenn die Breite eines Orts, nebst seinem Stundenwinkel im Augenblick der größten Phase gegeben sind, den Augenblick der Conjunction in Beziehung auf diesen Ort zu bestimmen, oder, welches auf eins hinausgeht, seine Länge.

Auflösung.

Die Gleichung ist $\gamma = \frac{3600\,cg}{\eta\varphi} - \frac{3600\,a\omega}{\eta r}$

$$+ \frac{3600\,\delta\omega}{\eta r} - \frac{3600\,\delta\chi}{\eta\psi}.$$

Aufgabe.

Mit eben denselben Größen die Größe der größten Phase zu bestimmen.

Auflösung.

Die Gleichung ist $fx - a\varphi + \delta\varphi = 0$, oder $x : \varphi = a - \delta : f$.

Bemerkung.

Die ursprüngliche Voraussetzung bey den Zeichen ist, für q, daß die Abweichung der Sonne, für s, daß die Breite des Orts, und für δ, daß die Breite des Monds nördlich sey; für t und ω, daß der Mond, und für χ, daß die Sonne dem Nordpol des Aequators näher sey, für f, daß die Phase südlich, für γ, daß die Conjunction geschehen sey, für g, daß die Stunde zwischen Mittag und Mitternacht treffe, für h zwischen 6 Uhr Morgens und 6 Uhr Abends.

Wenn einer von diesen Buchstaben nicht unter diesen Voraussetzungen vorkommt: so muß man in den Gleichungen sein Zeichen ändern.

Phasen.	Figur 2.	Astronomische Werthe.	Figur 2.	Arithmetische Werthe von a
Anfang	r	0″,00	Gn	0,18127
I Zoll	rp	159 ,33	—	0,23259
II	—	318 ,66	—	0,28392
III	—	478 ,00	—	0,33525
IV	—	637 ,33	—	0,38658
V	—	796 ,66	—	0,43790
VI	—	956 ,00	—	0,48923
VII	—	1115 ,33	—	0,54056
VIII	—	1274 ,66	—	0,59189
IX	—	1434 ,00	—	0,64322
X	—	1593 ,33	—	0,69455
XI	rp	1752 ,66	—	0,74588
Anfang der ringförm. Finst.	rμ	1772 ,60	Gn	0,75230
Centr. der ringförm. Finst.	rT	1842 ,30	GT	0,77475
Ende der ringförmig. Finst.	mR	1772 ,60	GN	0,79720
XI	PR	1752 ,66	—	0,80362
X	—	1593 ,33	—	0,85495
IX	—	1434 ,00	—	0,90628
VIII	—	1274 ,66	—	0,95761
VII	—	1115 ,33	—	1,00894
Nördliche Gränze.	—	1003 ,52	—	1,04496
VI	—	956 ,00	—	1,06027
V	—	796 ,66	—	1,11160
IV	—	637 ,33	—	1,16292
III	—	478 ,00	—	1,21425
II	—	318 ,66	—	1,26658
I	PR	159 ,33	—	1,31691
Ende	R	0 ,00	GN	1,36823

Stundenwinkel zu möglichen Phasen unter einerley nördlicher Breite 51° 6′ 30″.

Gegebene Phasen.	α (nqs—anr) : cp	I. H — A 180 + α	II. H — A 360 — α	I St. W.	II St. W.
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
VII Zoll	unmögl.				
VIII —	63 0 17	243 0 17	296 59 43	263 41 19	317 40 45
IX —	39 42 15	219 42 15	320 17 45	240 23 17	340 58 47
X —	22 44 36	202 44 36	337 15 24	223 25 38	357 56 26
XI —	7 43 23	187 43 23	352 16 37	208 24 25	12 57 39
Anf. d. ringf. F.	5 54 3	185 54 3	354 5 57	206 35 5	14 46 59
	(anr-nqs):cp	180 — α	α		
Centr. ringf. F.	0 25 49	179 34 11	0 25 49	200 15 13	21 6 51
Ende ringf. F.	6 46 1	173 13 59	6 46 1	193 55 1	27 27 3
XI —	8 35 34	171 24 26	8 35 34	192 5 28	29 16 36
X —	23 40 48	156 19 12	23 40 48	177 0 14	44 21 50
IX —	40 49 56	139 10 4	40 49 56	159 51 6	61 30 58
VIII —	64 58 3	115 1 57	64 58 3	135 42 59	85 39 5
VII —	unmögl.				

	Stundenwinkel.	Stunden.	Länge.	Oerter.
	° ′ ″	St. ′ ″	° ′ ″	
VIII Zoll	263 41 19	17 34 45	298 26 19	Beym Fort St. Louis.
— —.	317 40 45	21 10 43	352 25 45	Auf d. Atlant. Meer.
IX —	340 58 47	22 43 55	15 43 47	Dorchester.
X —	357 56 26	23 51 46	32 41 26	Görlitz.
XI —	12 57 39	0 51 50	47 42 39	Weprin in d. Ukraine.
Anf. d. ringf. F.	14 46 59	0 59 8	49 41 59	Zwisch. Kiow u. Lubecz
Cent. ringf. F.	21 6 51	1 24 28	55 51 51	Ostwärts Ostrogowsky
Ende ringf. F.	27 27 3	1 49 48	62 12 3	Westw. Dimitrowsky.
XI —	29 16 36	1 57 6	64 1 36	Dimitrowsky in der Tatarey.
X —	44 21 50	2 57 27	79 6 50	Sakairon.
IX —	61 30 58	4 6 4	96 15 58	Fluß Bialawoda.
VIII —	85 39 5	5 42 36	120 24 5	Fluß Tzida.

Phasen zu möglichen Stundenwinkeln unter einerley nördlicher Breite 51° 6′ 30″

Stunden	Stundenwinkel.	Länge.	Phasen.	Oerter.
St. ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	Z. Min.	
Aufg. d. ☉				
5 27 9	261 47 10	296 32 10	VIII 3,7	In Neu-Süd-Wallis.
6 0 0	270 0 0	304 45 0	VII 49,4	See Mistasin.
7 0 0	285 0 0	319 45 0	VII 35,2	Zwisch. Anticepti u. Terran.
8 0 0	300 0 0	334 45 0	VII 37,4	Auf dem Atlantischen Meer.
9 0 0	315 0 0	349 45 0	IIV 55,2	— — — —
10 0 0	330 0 0	4 45 0	VIII 27,9	Meer bey Irland.
11 0 0	345 0 0	19 45 0	IX 13,2	Bey Dünkirchen.
12 0 0	360 0 0	34 45 0	X 7,9	Breslau.
1 0 0	15 0 0	49 45 0	XI 8,4	Bey Prituky ostwärts Kiow.
Neu ☾				
1 4 3	16 0 45	50 45 45	XI 12,6	— — — —
Centr. r. f				
1 24 28	21 7 0	55 52 0	XI 33,7	Ostwärts Ostrogowsky
2 0 0	30 0 0	64 45 0	X 57,0	Ostwärts Dimitrowsky.
3 0 0	45 0 0	79 45 0	IX 57,6	Am Fluß Turgai.
4 0 0	60 0 0	94 45 0	IX 4,8	Südwärts Janischewa.
5 0 0	75 0 0	109 45 0	VIII 22,3	Zwisch. dem Fl. By u. Tartiti.
6 0 0	90 0 0	124 45 0	VII 53,0	Westwärts Selinginsk.
Untg. ☉				
6 32 51	98 12 50	132 57 50	VII 38,8	Ostwärts Selinginsk.

Phasen.	Nachm. u. Ab. Stund.	Längen.	Breiten nach Tafel IV.	Wahre nördliche Breite.	Oerter.
Z. M.	St. ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	
VII. 18 (ſ. 38)	I. 0 0	49 45 0	— — —	88 8 57	Unbekannt.
VII. 0 (ſ. 42)	X. 59 17	199 34 18	— — —	83 11 34	
— —	X. 0 0	184 45 0	94 8 29	85 51 31	
— —	IX. 0 0	169 45 0	93 20 20	86 39 40	
— —	VIII. 0 0	154 45 0	93 1 46	86 58 14	
— —	VII. 22 44	145 26 2	92 58 54	87 1 6	
— —	VII. 0 0	139 45 0	92 59 57	87 0 3	
— —	VI. 0 0	124 45 0	93 13 54	86 46 6	
— —	V. 0 0	109 45 0	— — —	86 7 37	
— —	IV. 0 0	94 45 0	— — —	84 17 1	
— (ſ. 34)	III. 34 53	88 28 21	— — —	79 55 3	Im Eismeer
— —	IV. 0 0	94 45 0	— — —	72 21 21	In Nova Zemla
— —	V, 0 0	109 45 0	— — —	64 11 14	In Sibirien
— (ſ. 42)	VI. 41	135 7 21	— — —	57 26 26	
VI. 17,9 (ſ. 34)	VII. 22 44	145 26 2	— — —	71 55 46	

IV. Tafel

Breiten zu möglich en

Breiten und Längen für einen allgemeinen

Phasen.	Finsterniß beym Aufgang der Sonne.	Stunden nach Breslauer						
		VI.	VII.	VII. 22′ 44″	VIII.	IX.	X.
		304°.45′	319°.45′	325°26′2″	334°.45′	349°.45′	4° 45′
	Länge.	Breiten						
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
Anfang	301.25.41	26.40. 8	27. 1.31	27.58.19	28. 3.36	27.50.59	26.37.55	24.21[illegible]
I Zoll	301. 0. 8	29.30,55	29.54.59	30 51.15	30.55.46	30.43.29	29.31.40	27.17[illegible]
II —	300.33. 9	32.23.37	32.50.18	33.45.38	33.50.10	33.37.52	32.27.30	30.15[illegible]
III —	300. 3.26	35.18.45	35.18.18	36.42,33	36.27. 0	36.35. 5	35.25.56	33.15.59
IV —	299.31.27	38.16.47	38.49.30	39 42.37	39.47. 0	39.35.18	38.27.35	36.20. 2
V —	298.55.48	41.18.37	41.54.36	42.46.30	42.50.44	42.39.21	41.33.10	39.28. 9
VI —	298.16. 0	44.24.44	45. 4.29	45.55.14	45.59.12	45.48. 7	44.43.34	42.41.20
VII —	297.29.55	47.36.13	48.20. 9	49. 9.18	49.13.18	49. 2.33	47.59.48	46. 0[illegible]
VIII —	296.35.50	50.54. 5	51 42.52	52.30.25	52.34.17	52.23.53	51.23. 9	49.27.19
IX —	295.30.20	54.19.43	55.14,15	55.59.59	56. 3.42	55.53.43	54.55.15	53. 3.15
X —	294. 9.58	57.54.56	58.56.26	59.40. 4	59.48.37	59.34. 6	58.38.16	56.50.44
XI —	292.23.39	61.42. 2	62.52.23	63.33.31	63.36.51	63.27.53	62.35.13	60.53. 5
Anf. d. F. XI. 7,5 M.	292. 7.27	62.11.21	63.23. 3	64. 3.50	64. 7. 8	63.58.15	63. 6. 2	61.24.39
Centr. d. F. XI.33,8 M.	291. 7. 6	63.56. 5	65 12 40	65.52. 8	65.55.19	65.46.44	64.56.10	63.17.3[illegible]
Ende d. r. F XI. 7,5 M.	289.46.33	65,44. 2	67. 6.22	67.44.22	67.47.26	67,39.10	66.50.27	65.15. 5
XI Zoll	289.33.49	66 15.37	67.39 42	68.17.15	68.20.17	68.12. 8	67.23.58	65.49.35
X —	285.34.55	70.39. 1	72.22.21	72.55.37	72.58.17	72.51. 5	72. 8.21	70.43.27
IX —	278.21. 1	75.28. 9	77.43 45	78.10.44	78.12.53	78. 7. 4	77.32.18	76.21.40
VIII —	260.36.31	80.36.18	84.11.10	84.27.18	84.28.33	84.25. 9	84. 4.22	83.30. 8
VII —	199.34 18	83.11.34	93.13.54	92.59.57	92.58.54	93. 1.46	93.20.20	94. 8.29
N. Gränze VI. 17,9	325.26. 2	108. 4.14	— —	— —	108. 4.14	— —	— —	— —

1 (23.)

hasen und Stundenwinkeln.

ntwurf der Erdfinsterniß 1793. den 5. Sept.

Uhr und Längen							Finsterniß beym Untergang der Sonne.	
XI.	XII.	I.	II.	III.	IV.	V.		
9° 45′	34° 45	49° 45′	64° 45′	79° 45′	94° 45′	109° 45′		
Breiten.								Längen.
° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
21. 6. 7	17. 1.14	12.21.32	7.28 32	2.46. 1	1.23.13S.	4.41. 4S.	6.50. 7S.	123 58. 3
24. 4 22	20. 1.25	15.23. 2	10.29.52	5.45.56	1.34.28	1.45.47S.	3.58.57S.	124.17. 6
27. 4.53	23. 4. 6	18.26.54	13.33.34	8.48. 9	4.34.22	1.11.38	1. 5.48S.	124.38.36
30. 8.12	26. 9.43	21.33 46	16 40.15	11.53.17	7.37. 3	4 11.43	1.49.51	124.58.14
33 15. 2	29.18.57	24.44.21	19 50.38	15. 2. 1	10.43.13	7.15 8	4.48.45	125.16.46
36.26. 8	32.32.39	27.59.27	23. 5.32	18.15. 9	13.53.36	10.22.34	7.51.11	125.39.47
39.42.31	35.51.51	31.20.12	26.26. 4	21.33.46	17. 9.12	13.35. 5	10.58.22	126. 1.37
43. 5.19	39.17.45	34 47.50	29.53.26	24.59. 1	20.31. 9	16.53.27	14.11. 6	126.24.59
46.36. 0	42.51.56	38.23.56	33.29.16	28.32.26	24. 0.53	20.19.16	17.30.42	126.49.59
50 16.28	46.36.23	42.10.37	37.15.38	32.16. 3	27.40.14	23.54.10	20.58.34	127.16.42
54 9.16	50.33.56	46.10.49	41.15.26	36.12.35	31.31.46	27.40.27	24.36.45	127.46.13
58.18. 4	54.48.32	50.28.41	45.32.50	40.25.57	35.38.59	31.41.20	28.28. 6	128.19.20
58 50.34	55.21.51	51. 2.28	46. 6.33	40.59. 5	36.11.25	32.12.42	28.58. 7	128.23.54
60.46.58	57.21.23	53. 3.46	48. 7.36	42.57.57	38. 6.49	34. 4.54	30.45.20	128.40.43
62.48.19	59.26.16	55.10.41	50 14.13	45. 2. 4	40. 7.12	36. 1.30	32.36.28	128.58.20
63.24. 1	60. 3. 5	55.48. 7	50.51.34	45 38.39	40.42.36	36.35.44	33. 9. 0	129. 3.56
68.29.39	65.19.42	61.11. 7	56.13.38	50.52.54	45.45.19	41.27. 0	37.44.15	129.52. 6
74.26.16	71.34.14	67.36.23	62.37.18	57. 3.29	51.37.19	47. 1.17	42.55.15	130.54.30
82. 1.46	79.49.55	76.18.42	71.15.32	65. 9.54	59. 3. 8	53.52.16	49. 5.45	132.32.52
96.53.48	*	*	*	*	72.21.21 84.17. 1	64.11.14 86. 7.34	57.26.26	135. 7.21
— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	71.55.46	145.26. 2

Längen zu möglichen Stundenwinkeln und Breiten für einerley Phase der centralen ringförmigen Finsterniß.

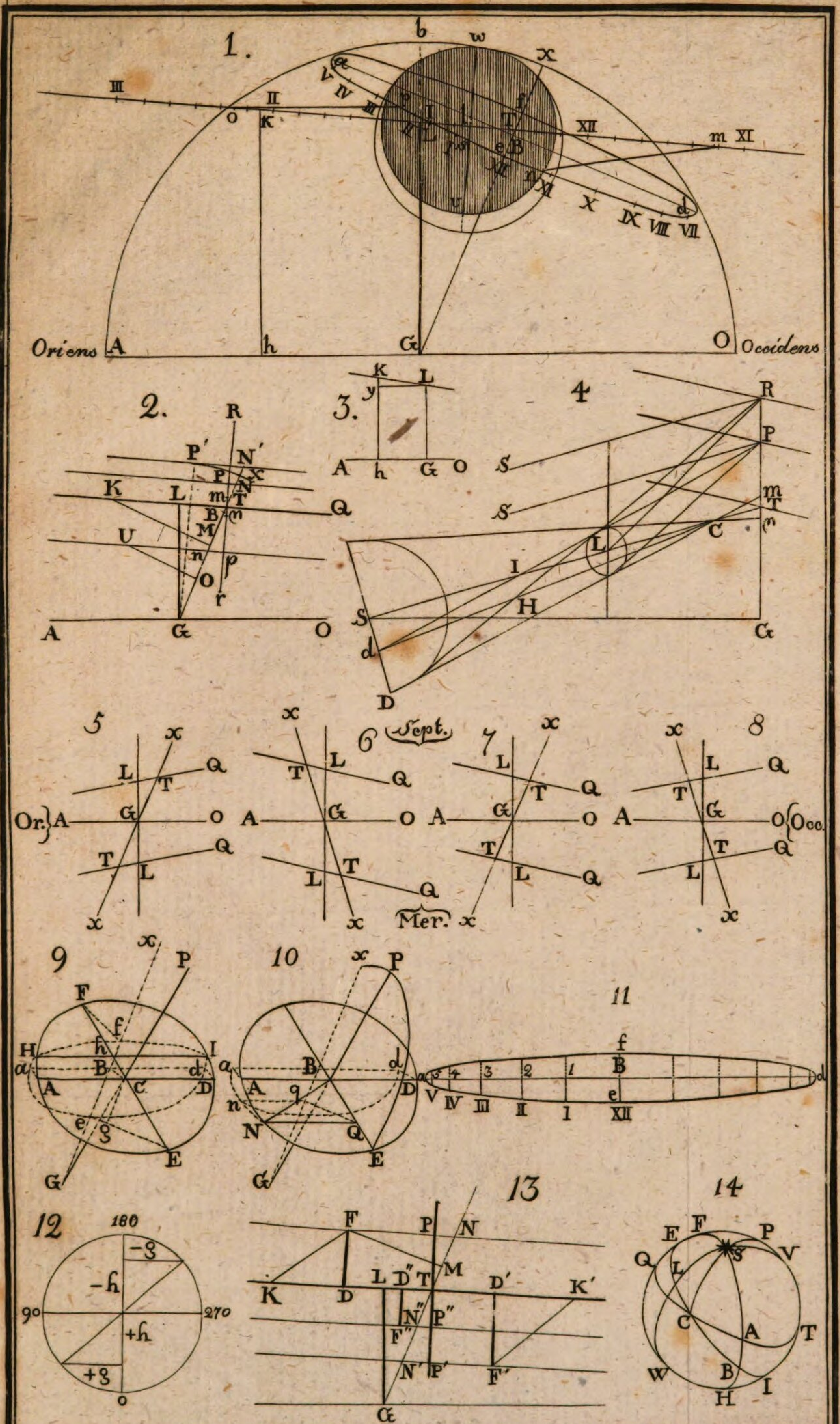
Zeit nach Bresl. Uhr.			Zeit der Conjunction.			Länge.			Breite.			Oerter.
U.	′	″	U.	′	″	°	′	″	°	′	″	
5	5	28	6	34	2	297	14	45	63	56	5	Hudsonsbay.
6	0	0	7	27	36	310	38	15	65	12	40	Hudsonsstrasse
7	0	0	8	24	34	324	52	45	65	52	8	Meer bey Neugrönland.
8	0	0	9	19	39	338	39	0	65	46	44	Neugrönland.
9	0	0	10	12	44	351	55	15	64	56	10	Bey Island westw.
10	0	0	11	3	26	4	35	45	63	17	37	Meer zwischen Island u. Irl.
11	0	0	11	51	13	16	32	30	60	46	58	Inseln von Schotland.
12	0	0	12	35	32	27	37	15	57	21	22	Stromstadt in Schweden.
12	43	4	1	4	3	34	45	0	54	26	5	Ostw. Stolpe.
1	0	0	1	16	13	37	47	30	53	3	46	Soldau in Ost-Preussen.
1	4	3	1	18	51	38	27	0	52	44	45	Bey Pultowsk.
1	[illegible]	28	1	31	55	41	43	0	51	6	30	Bey Drogeczyn.
2	0	0	1	54	5	47	15	30	48	7	35	Bey Koniecpol in Podolien.
3	0	0	2	31	17	56	33	30	42	57	57	Auf dem schwarzen Meer.
4	0	0	3	10	55	66	28	0	38	6	48	Zw. Ispahan und Irabad.
5	0	0	3	56	11	77	47	0	34	4	54	Südw. Herat in Persien.
6	0	0	4	49	23	91	5	0	31	15	42	Bey Arogost in Ost-Indien.
6	15	43	5	4	47	94	56	0	30	45	20	Bey Serinde in Ost-Indien.

Größte Phasen und Längen zu möglichen Stundenwinkeln unter einerley nördlichen Breite von 51° 6′ 30″.

Zeit nach Bresl. Uhr,	Zeit der Conjunction.	Länge.	Größte Phase.	Oerter.
U. ′ ″	U. ′ ″	° ′ ″	Zoll. Min.	
Aufg. d. ☉				
5 27 9	7 19 51	308 42 0	VIII. 3,7	In Canada.
6 0 0	7 53 30	317 6 45	VII. 49,4	— — —
7 0 0	8 50 50	331 26 45	VII. 35,2	Atlant. Meer.
8 0 0	9 43 3	344 30 0	VII. 37,2	— — —
9 0 0	10 30 40	356 24 15	VII. 55,2	— — —
10 0 0	11 14 31	7 22 0	VIII. 27,9	— — —
11 0 0	11 55 43	17 40 0	IX. 13,2	Meer bey Irland.
12 0 0	12 35 32	27 37 15	X. 7,9	zw. Cappet u. Trefort im (Hess-
12 43 4	1 4 3	34 45 0	X, 51,0	Breslau.
12 59 8	1 14 47	37 26 0	Anf. d. r. F.	Bey Pietrkow am Gränzfl,
1 0 0	1 15 21	37 34 30	XI. 8,4	Zw. Pietrkow u. Zarnow.
1 4 3	1 18 5	38 15 30	XI. 12,6	Bey Skrinna.
1 24 28	1 31 55	41 43 0	Centr. r. F.	Nordw. Dubna.
1 49 48	1 49 24	46 5 15	Ende d. r. F.	Bey Logorzysczo.
2 0 0	1 56 33	47 52 30	X. 57,0	Bey Roswezyn.
3 0 0	2 40 24	58 50 15	IX. 57,6	Kl. Reussen bey Kumilka,
4 0 0	3 28 1	70 44 30	IX. 4,8	Astracan, westw. Yaik.
5 0 0	4 20 14	83 47 45	VIII. 22,3	Tatarey.
6 0 0	5 17 34	98 7 45	VII. 53,0	Nordw. Dolonski in Sibir.
6 32 51	5 51 13	106 32 30	VII. 43,3	In der Tatarey.
Unt. d. ☉				

Berlin,

gedruckt bey G. Decker, Königl. Ober-Hof-Buchdrucker.


1.
Oriens
Occidens
2.
3.
4
5
6
Sept.
7
8
Or.
Occ.
Mer.
9
10
11
12
13
14

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Dionis du Séjour, Achille Pierre,

Des Herrn Dionysius du Sejour analytische Abhandlung von den Sonnenfinsternissen

Breslau 1793

Astr.p. 42
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10060471-1
VD18 15342476